



# TALETE

Διδασκαλία των Μαθηματικών μέσω καινοτόμων  
Διδακτικών προσεγγίσεων και περιεχομένων

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ  
COMENIUS

Συντονιστής: Πανεπιστήμιο degli Studi "G.Marconi"

## WP5 DEV(21) ΕΚΘΕΣΗ ΜΕ ΤΑ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

BURGAS Ανοικτό Πανεπιστήμιο, ΒΟΥΛΓΑΡΙΑ



*Το έργο αυτό χρηματοδοτείται με υποστήριξη από την Ευρωπαϊκή Επιτροπή. Η συγκεκριμένη επικοινωνία παρουσιάζει μόνο την άποψη του συγγραφέα και η Ευρωπαϊκή Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να γίνει στις εδώ περιεχόμενες πληροφορίες.*

Χρηματοδοτούμενο Πρόγραμμα από την Ευρωπαϊκή Επιτροπή - Εκπαίδευση, Τομέας Οπτικοακουστικών  
Θεμάτων και πολιτισμού  
Πρόγραμμα Δια Βίου Μάθησης: COMENIUS  
TALETE project, αριθμός: 518518-LLP-1-2011-1-IT-COMENIUS-CMP

Εκπονήθηκε από	BURGAS Ανοιχτό Πανεπιστήμιο
Συνβαλλόμενοι	Università degli Studi Guglielmo Marconi Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας Kadikoy M.E.M. IAL Innovazione Apprendimento Lavoro Lazio Srl Impresa Sociale, Rezzable Productions Ltd,
Πακέτο Εργασίας και τίτλος	WP 5: Ερευνητικός και Εκπαιδευτικός Τομέας Ανάπτυξης
Αριθμός παραδοτέου και τίτλος	21: Έκθεση με τα επιλεγμένα προγράμματα αξιολόγησης
Επίπεδο διάδοσης	PU
Ομάδα-στόχος	Διευθυντές ευρωπαϊκών σχολείων, εκπαιδευτικοί, εκπαιδευτικά ιδρύματα, δίκτυα σχολείων
Γλώσσα	Αγγλικά, Βουλγαρικά, Ιταλικά, Ελληνικά, Τούρκικα

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα έκθεση περιγράφει τα κριτήρια που χρησιμοποιούνται από την ερευνητική εκπαιδευτική ομάδα (Research Educational Team, RET) προκειμένου να επιλεχθούν τα διεθνή και εθνικά προγράμματα σπουδών για την αξιολόγηση των μαθηματικών δεξιοτήτων των μαθητών. Καθορίζει την έννοια της «Μαθηματικοποίησης» (mathematisation) ως μαθηματική ερμηνεία των διαφορετικών πραγματικών χαρακτηριστικών γνωρισμάτων. Περιέχει τα επιλεγμένα προγράμματα: τέσσερα διεθνή προγράμματα σπουδών και ένα πρόγραμμα σε εθνικό επίπεδο για την Βουλγαρία, Ελλάδα, Ιταλία και Τουρκία. Τα προγράμματα αυτά επιλέγονται στη βάση των ακόλουθων κριτηρίων: γεωμετρικό πεδίο, προγράμματα συμπεριλαμβανομένων περισσότερων εκπαιδευτικών στόχων, κ.λ.π. Η λεπτομερής περιγραφή των κριτηρίων περιλαμβάνεται σε αυτό το έγγραφο. Με βάση τα προγράμματα που έχουν επιλεγεί η παρούσα έκθεση περιγράφει επίσης το εννοιολογικό μοντέλο (εκπαιδευτική κατάρτιση, κοινωνική δικτύωση) που αναπτύσσεται στα πλαίσια του έργου TALETE. Τα στοιχεία και οι πληροφορίες που συλλέγονται από τους συνεργάτες του project και τα οποία περιγράφονται στον παραδοτέο έγγραφο προσφέρουν ένα πλαίσιο εκπαίδευσης-κατάρτισης που απευθύνεται στις ομάδες-στόχους καθώς και ένα συγκριτικό πλαίσιο λειτουργίας το οποίο απευθύνεται στους σχεδιαστές.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή .....	5
Ανάλυση εγγράφων - Διεθνές μέσο αξιολόγησης.....	8
Το πρόγραμμα TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study)-Τάσεις στη Διεθνή Έρευνα στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες .....	11
<i>Διαστάσεις Πλαισίου</i> .....	11
<i>Πεδίο ορισμού των προσδοκιών απόδοσης</i> .....	12
Το Πρόγραμμα PISA (Programme for International Student Assessment) - Διεθνές Πρόγραμμα Μαθητικής Αξιολόγησης.....	13
<i>Διαδικασία Μαθητικοποίησης</i> .....	14
<i>Μαθηματικού περιεχομένου</i> .....	15
<i>Μαθηματικών ικανοτήτων</i> .....	15
Ανάλυση των εθνικών προγραμμάτων σπουδών .....	18
Κοινά κριτήρια για την επιλογή των προγραμμάτων αξιολόγησης.....	20
Διαδικασία επιλογής .....	20
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1- Περιγραφές Ενιαίων Θεμάτων Γεωμετρίας.....	23
<i>Επιλεγμένα Θέματα Γεωμετρίας από την εκπαιδευτική ομάδα (RET) της Βουλγαρίας</i> .....	23
<i>Επιλεγμένα Θέματα Γεωμετρίας από την εκπαιδευτική ομάδα (RET) της Ελλάδας</i> .....	31
<i>Επιλεγμένα Θέματα Γεωμετρίας από την εκπαιδευτική ομάδα (RET) της Ιταλίας</i> .....	41
<i>Επιλεγμένα Θέματα Γεωμετρίας από την εκπαιδευτική ομάδα (RET) της Τουρκίας</i> .....	46
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2 - Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης.....	51
<i>Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης της Βουλγαρίας</i> .....	51
<i>Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης της Ελλάδας</i> .....	59
<i>Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης της Ιταλίας</i> .....	62
<i>Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης της Τουρκίας</i> .....	64
Βιβλιογραφία.....	66

## Λίστα Εικόνων

Figure 1. Main steps in policy cycle .....	9
Figure 2. Monitoring as a regular repeat of assessments.....	9
Figure 3. Mathematisation process according PISA.....	14
Figure 4. Attributes for Geometry topics (schedules) description.....	19

## Εισαγωγή

Η μέθοδος του ανοικτού συντονισμού στην Ε.Ε. καθώς και η ανάγκη για εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις ενόψει του 21ου αιώνα απαιτούν την τακτική παρακολούθηση της εκπαιδευτικής προόδου στα κράτη μέλη. Στο επίπεδο της Ε.Ε. πολλές πρωτοβουλίες έχουν ληφθεί για την προώθηση της χρήσης των Τ.Π.Ε. στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση<sup>1</sup>.

Παράλληλα με την προσδοκία ότι οι Τ.Π.Ε. μπορούν να συμβάλλουν σημαντικά στη βελτίωση των αποτελεσμάτων μάθησης που προκύπτουν από την εφαρμογή παραδοσιακών μεθόδων διδασκαλίας στην εκπαιδευτική διαδικασία, συγκεκριμένα έγγραφα πολιτικής επίσης υποδεικνύουν ότι οι Τ.Π.Ε. μπορούν να συμβάλουν στην εφαρμογή νέων τρόπων μάθησης όπου οι μαθητές (με τη βοήθεια των Τ.Π.Ε.) μπορούν να αποκτήσουν μεγαλύτερο έλεγχο καθώς και την υπευθυνότητα για τη διαδικασία μάθησης που θα ακολουθήσουν καθώς και τα αποτελέσματα της. Για παράδειγμα, τα ψηφιακά portfolios έχουν σχεδιαστεί με σκοπό την παρακολούθηση των μαθησιακών δραστηριοτήτων καθώς και των προϊόντων που προκύπτουν από αυτές τις δραστηριότητες.

Ύστερα από εκτενή έρευνα, οι εταιρίες Cisco, Intel και Microsoft κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι τα περισσότερα εκπαιδευτικά συστήματα δεν έχουν συμβαδίσει με τις δραματικές αλλαγές στην οικονομία και τις δεξιότητες που είναι απαραίτητες για τους μαθητές προκειμένου να επιτύχουν. Αυτές οι δεξιότητες περιλαμβάνουν την ικανότητα να σκέφτονται κριτικά και δημιουργικά; να συνεργάζονται μεταξύ τους; και να προσαρμόζονται στην εξελισσόμενη χρήση της τεχνολογίας στην επιχειρηματική δραστηριότητα και την κοινωνία.

Ένα πρόγραμμα σπουδών επιτρέπει στις κυβερνήσεις των χωρών να ρυθμίσουν (επίσημα ή λιγότερο επίσημα) την εκπαιδευτική διαδικασία, προκειμένου να επηρεάσουν τα αποτελέσματα της μάθησης. Ως ένα σημαντικό εμπόδιο για την εφαρμογή των ΤΠΕ στη διδασκαλία και τη μάθηση αναφέρεται συχνά ο χρόνος που απαιτείται για την ενημέρωση και την αναβάθμιση του υπάρχοντος προγράμματος σπουδών.

Για την παρακολούθηση της προόδου της εκπαιδευτικής διαδικασίας τουλάχιστον τρεις βασικές περιοχές πρέπει να εξεταστούν:

- Τα επιδιωκόμενα μαθησιακά αποτελέσματα.
- Τις ευκαιρίες για μάθηση (OTL).
- Τις Αρμοδιότητες / στάσεις των μαθητών.

---

<sup>1</sup> The study ‘Indicators on ICT in Education’ was run under the auspices of EACEA (Education, Audiovisual and Cultural Executive Agency of the European Commission). The study is finalized in October 2009.

Ο προσδιορισμός των επιδιωκόμενων αποτελεσμάτων απαιτείται για τον προσανατολισμό των εκπαιδευτικών διαδικασιών που οδηγούν σε ευκαιρίες μάθησης (OTL) οι οποίες υποτίθεται ότι με τη σειρά τους επηρεάζουν τις ικανότητες, δεξιότητες και τις στάσεις των μαθητών. Επιπλέον, ο προσδιορισμός επιδιωκόμενων αποτελεσμάτων απαιτείται προκειμένου να σχεδιαστούν προγράμματα αξιολόγησης με σκοπό τη μέτρηση του βαθμού ικανοποίησης αυτών των προθέσεων.

Οι προσανατολισμοί αυτοί δύνανται να ενσωματωθούν και να νομοθετηθούν επίσημα στην διδακτέα ύλη, στα πρότυπα ελέγχου και εξετάσεων ή στα «Στοχευμένα προγράμματα σπουδών» (IEA, 'Intended Curricula'). Αυτά αποτελούν τη βάση για την ενημέρωση και καθοδήγηση πολλών εκπαιδευτικών διαδικασιών, όπως το περιεχόμενο των εγχειριδίων, των δραστηριοτήτων διδασκαλίας και μάθησης στα σχολεία, το περιεχόμενο της κατάρτισης των εκπαιδευτικών, κ.λ.π. Μια ανάλυση αυτών των προθέσεων είναι συνήθως η βάση για το σχεδιασμό διεθνών συγκριτικών μοντέλων αξιολόγησης που υλοποιούνται σήμερα από διεθνείς οργανισμούς, όπως ο OECD (PISA) και IEA (TIMSS, PIRLS). Οι αναλύσεις αυτές μπορούν να βασίζονται σε εκτεταμένη πληροφόρηση για τα προγράμματα σπουδών (IEA) ή γνωμοδοτήσεις εμπειρογνομόνων σχετικά με τις δεξιότητες που οι μαθητές πρέπει να αποκτήσουν στα σχολεία (OECD).

Τα αποτελέσματα των αναλύσεων αυτών αποτελούν τη βάση κατάρτισης προδιαγραφών περιεχομένου για τη σχεδίαση εργαλείων μέτρησης των εκπαιδευτικών αποτελεσμάτων (π.χ. στο γνωστικό τομέα, όπως τα μαθηματικά, την επιστήμη και την ανάγνωση, αλλά και στο συναισθηματικό τομέα, π.χ. ενεργοποίηση κινήτρων για μάθηση). Παράλληλα, ο προσδιορισμός αυτών των προδιαγραφών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την καταγραφή των ευκαιριών που προσφέρουν τα σχολεία στους μαθητές να μάθουν αυτά τα περιεχόμενα. Ο εκπαιδευτικός έλεγχος που θα στρεφόταν μόνο σε αυτές τις τρεις βασικές έννοιες θα επέτρεπε στους εκπαιδευτικούς φορείς να διεξάγουν έναν περιορισμένο αριθμό συμπερασμάτων, όπως:

- Σε εθνικό επίπεδο:
  - Εάν υπάρχουν προθέσεις, ευκαιρίες για μάθηση (OTL) και αποτελέσματα που μεταβάλλονται με το χρόνο
  - Εάν υπάρχουν διαφορές μεταξύ των προθέσεων και των ευκαιριών για μάθηση (OTL)
  - Εάν υπάρχουν ανισότητες μεταξύ ομάδων μαθητών και πώς αυτές αλλάζουν με τον καιρό.
- Σε διεθνές επίπεδο:
  - Το ίδιο όπως και για το εθνικό επίπεδο, αλλά με αυξημένες δυνατότητες για την ερμηνεία των εθνικών παρατηρήσεων σε σχέση με αυτό που συμβαίνει σε άλλες χώρες.

Το πρόγραμμα TALETE εστιάζει κυρίως στους βασικούς τομείς που θα προσφέρουν τις ελπιδοφόρες ευκαιρίες για την μεταρρύθμιση της εκπαιδευτικής διαδικασίας και της αξιολόγησης.

Τα κύρια βήματα που είχαν προγραμματιστεί για αυτή τη μελέτη ήταν:

- Ο προσδιορισμός των εννοιών από την ανάλυση των εγγράφων και οι διαβουλεύσεις με τους εθνικούς εμπειρογνώμονες (TALETE Πρόγραμμα Ερευνητική Εκπαιδευτική Ομάδα / RET /) στην κατώτερη και ανώτερη βαθμίδα της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σχολείων για την προδιαγραφή των κοινών κριτηρίων που απαιτούνται για την επιλογή των σχετικών προγραμμάτων αξιολόγησης, τόσο σε εθνικό όσο και σε διεθνές επίπεδο, στο γνωστικό επίπεδο των Μαθηματικών (ειδικά στη Γεωμετρία) με σκοπό την διδασκαλία μαθηματικών εννοιών σε 14-15 χρονών μαθητές.
- Ο καθορισμός των κοινών κριτηρίων για την επιλογή των διεθνών και εθνικών προγραμμάτων. Επιλεγμένα κριτήρια καθορίζουν επιθυμητούς δείκτες οι οποίοι πληρούν προϋποθέσεις σε σχέση με τη μέτρηση της ποιότητας, της σκοπιμότητας και της βιωσιμότητας.
- Η ανάπτυξη μιας ενιαίας πρότασης για ένα σύνολο προγραμμάτων αξιολόγησης ως βασικό θεμέλιο της ανάπτυξης πρωτοτύπων TALETE.

Η ερευνητική ομάδα (RET) των εκπαιδευτικών και των ακαδημαϊκών έχει ως στόχο να συμβάλει στη διευκόλυνση και εφαρμογή των μεθοδολογιών και τεχνολογιών αξιολόγησης της εκπαίδευσης, των αποτελεσματικών μαθησιακών περιβαλλόντων και των εξελισσόμενων Τ.Π.Ε. μεθόδων διδασκαλίας και αξιολόγησης που προάγουν την ανάπτυξη και την αξιολόγηση των δεξιοτήτων των μαθητών. Οι τρέχουσες εκδόσεις των πιο ευρέως χρησιμοποιούμενων και αναγνωριζόμενων μέσων αξιολόγησης σύμφωνα με το PISA (Program for International Student Assessment) και TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) θα πρέπει να ληφθούν υπόψη προκειμένου να επιταχυνθεί το πρόγραμμα TALETE.

## Ανάλυση εγγράφων - Διεθνές μέσα αξιολόγησης

Μια διεθνής συγκριτική μελέτη αξιολόγησης περιλαμβάνει τη συλλογή δεδομένων σε μορφή αντιπροσωπευτικών εθνικών δειγμάτων βασιζόμενοι σε εργαλεία (όπως ερωτηματολόγια και test) που περιέχουν τις λειτουργικότητες των προβλεπόμενων δεικτών. Υπάρχουν διάφοροι παράγοντες και δυσκολίες που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά το σχεδιασμό μιας διεθνούς συγκριτικής μελέτης αξιολόγησης. Καταρχήν, ένα σοβαρό εμπόδιο είναι το χρονικό διάστημα που μπορεί να ζητηθεί από κάθε συμμετέχοντα (διευθυντής σχολείου, εκπαιδευτικός, μαθητής, κλπ.) να απαντήσει στα τεστ / ερωτηματολόγια. Δεδομένου ότι το ποσοστό των ερωτήσεων που μπορεί να συμπεριληφθεί στα ερωτηματολόγια είναι περιορισμένο, αυτό με τη σειρά του έχει επιπτώσεις στον αριθμό των προβλεπόμενων δεικτών που μπορούν να συμπεριληφθούν. Οι αρχικές αποφάσεις προτεραιότητας μπορούν να ληφθούν βάσει των εκτιμήσεων χρόνου απόκρισης a-priori. Περαιτέρω, κατά τη διαδικασία της λειτουργικότητας και της πιλοτικής εφαρμογής μπορεί να αποδεχθεί ότι ο αριθμός των προβλεπόμενων δεικτών πρέπει να μειωθεί περαιτέρω.

Τα προγράμματα PISA (Program for International Student Assessment) και TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) είναι τα χαρακτηριστικότερα παραδείγματα μεγάλων διεθνών εκπαιδευτικών ερευνών. Ο πρωταρχικός στόχος αυτών των έργων είναι να αξιολογήσουν τα διαφορετικά χαρακτηριστικά των μαθητών.

"Ενώ η εθνική παρακολούθηση παρέχει στοιχεία σχετικά με την πρόοδο του εκπαιδευτικού συστήματος σε μία χώρα, συχνά οι χώρες αισθάνονται την ανάγκη για διεθνή κριτήρια αξιολόγησης με σκοπό την καλύτερη ερμηνεία των εθνικών εκπαιδευτικών εξελίξεων. Τις τελευταίες δεκαετίες το ενδιαφέρον και η συμμετοχή στη διεθνή παρακολούθηση του εκπαιδευτικού συστήματος έχει αυξηθεί σημαντικά, όπως αποδεικνύεται από τον διαρκώς αυξανόμενο αριθμό των χωρών που συμμετέχουν στις διεθνείς συγκριτικές μελέτες εκπαιδευτικών αξιολογήσεων"<sup>2</sup>.

Οι αξιολογήσεις αυτές έχουν σκοπό να βοηθήσουν τους σχεδιαστές των προγραμμάτων σπουδών να κατανοήσουν καλύτερα σε ποιο βαθμό τα εκπαιδευτικά συστήματα τους μπορούν να προσαρμοστούν στις εξελίξεις που λαμβάνουν χώρα σε άλλες χώρες. Από τα μέσα της δεκαετίας του 1980 πολλές κυβερνήσεις έχουν κάνει σημαντικές επενδύσεις για να εξοπλίσουν τα σχολεία με τις σύγχρονες τεχνολογίες με σκοπό τον εκσυγχρονισμό της διδασκαλίας και μάθησης και την παροχή ευκαιριών στους μαθητές για να μάθουν για αυτές τις τεχνολογίες και να αποκτήσουν ικανότητες που θα χρειαστούν μελλοντικά στη ζωή τους.

---

<sup>2</sup> The study 'Indicators on ICT in Education' was run under the auspices of EACEA (Education, Audiovisual and Cultural Executive Agency of the European Commission), page 122.



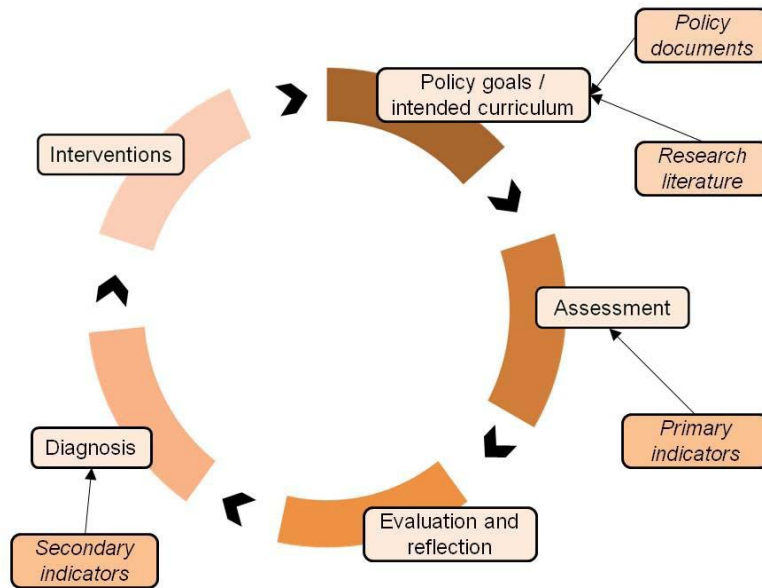


Figure 1. Main steps in policy cycle

Σχήμα 1. Αφορά ένα πολύ γενικό μοντέλο που μπορεί να εφαρμοστεί σε πολλές περιπτώσεις, για παράδειγμα σε διεθνές (παγκόσμιο, περιφερειακό), σε εθνικό, σε σχολικό ακόμη και σε ατομικό επίπεδο. Λόγω του αντικειμένου της μελέτης μας θα επικεντρωθούμε κυρίως σε διεθνές επίπεδο και θα εξηγήσουμε παρακάτω πιο αναλυτικά κάθε ένα από τα βήματα που διακρίνονται στο Σχήμα 1. και ιδίως όσον αφορά το τι απαιτείται σε κάθε ένα από αυτά τα βήματα (έννοιες που αναγράφονται με πλάγιους χαρακτήρες στο Σχήμα 1). Η παρακολούθηση συνεπάγεται μια τακτική επανάληψη του βήματος 2.

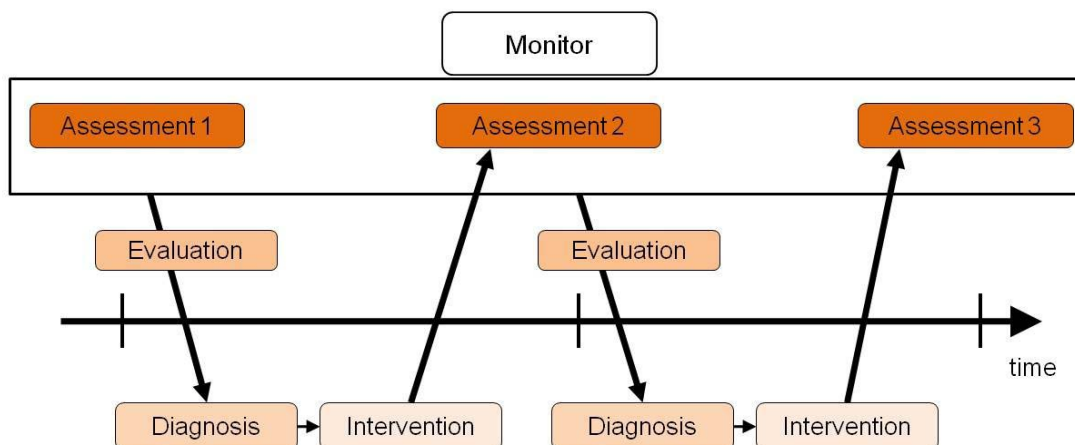


Figure 2. Monitoring as a regular repeat of assessments

Μια σημαντική διάκριση που παρατηρείται στο Σχήμα 1. είναι μεταξύ των πρωτευόντων και δευτερευόντων δεικτών (μερικές φορές ονομάζεται επίσης βασικών δεικτών και επεξηγηματικών δεικτών αντίστοιχα). Πρωτεύοντες δείκτες είναι εκείνοι που εστιάζονται στην αξιολόγηση, για παράδειγμα όταν πρόκειται για διεθνείς εκπαιδευτικές έρευνες PISA ή IEA-TIMSS-PIRLS πρωτογενείς δείκτες αφορούν τα αποτελέσματα των τεστ στα μαθηματικά, την επιστήμη και / ή την ανάγνωση, που είναι συνήθως τα πρώτα στοιχεία που πρέπει να εμφανίζονται όταν δημοσιεύονται τα στατιστικά δεδομένα από τα διεθνή όργανα ελέγχου. Οι δευτερεύοντες δείκτες χρησιμοποιούνται για να ρίξουν περισσότερο φως στα αποτελέσματα των τεστ, για παράδειγμα εξετάζοντας διαφορές στα αποτελέσματα μεταξύ ομάδων μαθητών στις χώρες (π.χ. αγόρια και κορίτσια) ή για την ανάλυση του πώς οι διαφορές μεταξύ των χωρών μπορούν να εξηγηθούν. Η διάκριση μεταξύ πρωτευόντων και δευτερευόντων δεικτών δείχνει το διττό ρόλο των δεικτών. Ο προσδιορισμός των προβλημάτων (μέσω των πρωτευόντων δεικτών), η εύρεση των πιθανών αιτιών για την ύπαρξη αυτών των προβλημάτων καθώς και η παροχή των ενδείξεων για την ανάπτυξη των πολιτικών στοχεύουν στη βελτίωση και αναβάθμιση του γενικού εκπαιδευτικού μοντέλου.

Το πρόγραμμα PISA διερευνά τις γλωσσικές και τις μαθηματικές δεξιότητες που τελικά έχουν κατακτήσει οι έφηβοι μέσα στο σχολείο και η έρευνα TIMSS διερευνά τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει οι μαθητές στα Μαθηματικά και στις Φυσικές Επιστήμες, σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές της μαθητικής τους σταδιοδρομίας. Οι εκ προθέσεως διαφορές που παρουσιάζουν τα έργα μεταξύ τους είναι εμφανείς στον τρόπο με τον οποίο κάθε έργο έχει σχεδιάσει και αναπτύξει τα προσαρμοστικά τεστ αξιολόγησης.

Σε γενικές γραμμές, το πρόγραμμα TIMSS προσπάθησε να ερευνήσει «τι γνωρίζουν οι μαθητές» καθώς και «τι μπορούν να κάνουν οι μαθητές με τις γνώσεις τους». Αυτές οι δύο προοπτικές δεν είναι συγκρίσιμες μεταξύ τους καθώς η κάθε μια χωριστά συμβάλλει αποτελεσματικά στη διαμόρφωση και εξαγωγή του μαθησιακού αποτελέσματος.

Τα στοιχεία που συγκεντρώθηκαν κατά τη διάρκεια εκπόνησης του προγράμματος TIMSS σχετίζονται με την προβλεπόμενη διδακτέα ύλη (το πρόγραμμα σπουδών που καθορίζεται από το εκπαιδευτικό σύστημα ή άλλο φορέα), το εφαρμοσμένο πρόγραμμα σπουδών (όπως το πρόγραμμα σπουδών διδάσκεται από εκπαιδευτικούς) και το επιτευγμένο πρόγραμμα σπουδών (αυτό που οι μαθητές έχουν μάθει).

Το πρόγραμμα PISA δεν εστιάζεται άμεσα σε οποιαδήποτε από αυτές τις πτυχές των προγραμμάτων σπουδών. Πιο αναλυτικά το έργο PISA ασχολείται με το πώς 15 ετών μαθητές μπορούν να εκμεταλλευτούν και να κάνουν χρήση της επιστημονικής γνώσης που απέκτησαν από το σχολείο και άλλες πηγές, σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής που αφορούν την επιστήμη και την τεχνολογία.

### ***Το πρόγραμμα TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study)- Τάσεις στη Διεθνή Έρευνα στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες***

Το πρόγραμμα TIMSS συγκέντρωσε δεδομένα από τα δείγματα του μαθητικού πληθυσμού σε τρία επίπεδα (μέση πρωτοβάθμια, κατώτερη δευτεροβάθμια, τελευταίο έτος δευτεροβάθμιας) καθώς και από τους καθηγητές των μαθητών που συμμετείχαν στο έργο αυτό.

Η μελέτη και ανάλυση του προγράμματος σπουδών καθώς και των σχολικών εγχειριδίων αποτέλεσαν την βάση για τον σχεδιασμό κατάλληλων τεστ με σκοπό να προσδιοριστούν οι άξονες προτεραιότητας των θεμάτων που θα εξεταστούν στα τεστ αξιολόγησης. Μια διεθνής ομάδα ειδικών της επιστήμης ανέπτυξε στη συνέχεια ένα γενικότερο εκπαιδευτικό πλαίσιο έχοντας ως στόχο να ενισχύσει την καθοδήγηση της ανάπτυξης κατάλληλων τεστ.

#### *Διαστάσεις Πλαισίου*

Το πλαίσιο αποτελείται από 2 πεδία ορισμού:

- *Το πεδίο ορισμού του περιεχομένου που αναφέρεται στην αναλογία των ερωτήσεων των τεστ για καθέναν από τους τομείς της επιστήμης (κοινωνικές επιστήμες, φυσικές επιστήμες, κλπ.)*
- *Το πεδίο ορισμού των προσδοκιών απόδοσης με βάσει τα στοιχεία που πιθανόν να εμπλέκονται στις απαντήσεις των τεστ (κατανόηση απλής πληροφορίας, επίλυση προβλημάτων, κλπ.).*

Στα πλαίσια του προγράμματος υπήρξε επίσης ένα *πεδίο ορισμού των προοπτικών* το οποίο περιλάμβανε λεπτομέρειες για τον κάθε μαθητή, την τάξη του και τα σχολικά πλαίσια (στάσεις, ενδιαφέροντα, χόμπι, συνήθειες, κλπ.).

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως το TIMSS συγκεντρώνει συμπληρωματικές πληροφορίες για τον τρόπο που πραγματοποιείται η εκμάθηση των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών σε κάθε χώρα. Αυτό γίνεται με τη συμπλήρωση ερωτηματολογίων από μαθητές/τριες, εκπαιδευτικούς και διευθυντές/ντριες σχολείων αναφορικά με το πρόγραμμα σπουδών, τις σχολικές μονάδες, τις τάξεις και τη διδασκαλία. Με αυτές τις πληροφορίες δίνεται η δυνατότητα στους φορείς χάραξης εκπαιδευτικής πολιτικής, τους/τις ειδικούς προγράμματος σπουδών και ερευνητές/τριες, να σχηματίσουν μια δυναμική εικόνα για την εφαρμογή των εκπαιδευτικών πολιτικών και των πρακτικών σε όλο τον κόσμο και να προχωρήσουν σε εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις και βελτιώσεις.

Τα ερωτηματολόγια τα οποία σχεδιάστηκαν με την βοήθεια των ειδικών στα προγράμματα σπουδών, παρείχαν λεπτομερή πληροφόρηση για την οργάνωση, την

έμφαση και την κάλυψη του περιεχομένου του προγράμματος σπουδών των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών στην εκπαίδευση.

- Τα *ερωτηματολόγια μαθητών* χρησιμοποιήθηκαν για τη συλλογή πληροφοριών αναφορικά με τις στάσεις τους απέναντι στα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες, την ακαδημαϊκή αυτό-εικόνα τους, τις δραστηριότητες της τάξης, το οικογενειακό περιβάλλον και τις εξωσχολικές δραστηριότητες.
- Τα *ερωτηματολόγια των εκπαιδευτικών* στόχευαν στη συλλογή πληροφοριών αναφορικά με τις διδακτικές πρακτικές που ακολουθούν, την επαγγελματική τους κατάρτιση και εξάσκηση καθώς και τις απόψεις τους για τα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες.
- Τα *ερωτηματολόγια των διευθυντών* χρησιμοποιήθηκαν για τη συλλογή πληροφοριών που αφορούν το προσωπικό του σχολείου και τους πόρους του, την ασφάλεια του σχολείου, το πρόγραμμα σπουδών που προσφέρεται στα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες, τις απόψεις για τρέχοντα θέματα του προγράμματος σπουδών, την υποστήριξη των εκπαιδευτικών, κλπ.

Τέλος, τα δεδομένα για την ανάλυση των προγραμμάτων σπουδών συλλέχθηκαν σε επίπεδο συστήματος, μαζί με τις λεπτομέρειες για τις διαρθρωτικές πτυχές που διέφεραν μεταξύ των χωρών<sup>3</sup>.

#### *Πεδίο ορισμού των προσδοκιών απόδοσης*

- Κατανόηση απλών πληροφοριών
- Κατανόηση των σύνθετων πληροφοριών
- Θεωρίες, ανάλυση, επίλυση προβλημάτων
- Χρήση των εργαλείων, ρουτινών και των επιστημονικών διαδικασιών
- Διερεύνηση του φυσικού κόσμου

---

<sup>3</sup> TIMSS questionnaires have been published on the following address:  
<http://nces.ed.gov/timss/questionnaire.asp>

## **Το Πρόγραμμα PISA (Programme for International Student Assessment) - Διεθνές Πρόγραμμα Μαθητικής Αξιολόγησης**

Το Programme for International Student Assessment (PISA) (Διεθνές Πρόγραμμα Μαθητικής Αξιολόγησης) είναι ένα διεθνές πρόγραμμα αξιολόγησης, μια συνεργατική προσπάθεια των χωρών-μελών του Οργανισμού Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (ΟΟΣΑ) και άλλων χωρών, με στόχο να διαπιστώσουν κατά πόσο οι νεαροί/ές ενήλικες στην ηλικία των 15 χρόνων, καθώς πλησιάζουν στο τέλος της υποχρεωτικής εκπαίδευσης τους, είναι προετοιμασμένοι/ες για να αντιμετωπίσουν τις προκλήσεις των σημερινής κοινωνίας.

Η αξιολόγηση του PISA εστιάζεται κυρίως στην ικανότητα των νέων να χρησιμοποιούν τις γνώσεις και δεξιότητες τους για να αντιμετωπίσουν τις πραγματικές προκλήσεις της ζωής, παρά τη δυνατότητα να ανταπεξέρχονται σε ένα συγκεκριμένο πρόγραμμα σπουδών.

Ο όρος «μαθηματικός γραμματισμός» έχει επιλεγεί για να υπογραμμίσει τη μαθηματική γνώση, που τίθενται σε λειτουργική χρήση σε ένα πλήθος διαφορετικών καταστάσεων ώστε να οδηγήσει σε μια αποτελεσματική συμμετοχή των ατόμων στη σύγχρονη κοινωνία. Μια τέτοια χρήση για να είναι δυνατή και βιώσιμη προϋποθέτει την ύπαρξη θεμελιωδών μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων.

Στο PISA οι μαθητές/τριες έρχονται αντιμέτωποι με μαθηματικά προβλήματα, που συναντούν στην καθημερινή ζωή, στα οποία καλούνται να προσδιορίσουν τα χαρακτηριστικά της προβληματικής κατάστασης που υπόκεινται στη μαθηματική έρευνα και να ενεργοποιήσουν τις απαραίτητες μαθηματικές ικανότητες για να λύσουν το πρόβλημα. Για να λειτουργήσουν με αυτό τον τρόπο πρέπει να συμμετέχουν σε μια διαδικασία «μαθηματικοποίησης».

«Η μαθηματικοποίηση όπως ορίζεται στο PISA αναφέρεται στην οργάνωση της πραγματικότητας όπως αυτή γίνεται αντιληπτή μέσω της χρησιμοποίησης των μαθηματικών ιδεών και εννοιών. Είναι η οργανωτική δραστηριότητα σύμφωνα με την οποία οι γνώσεις και οι δεξιότητες που αποκτούνται χρησιμοποιούνται για να ανακαλύψουν άγνωστες πτυχές ικανοτήτων τους. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται πολλές φορές οριζόντια μαθηματικοποίηση. Η κάθετη μαθηματικοποίηση περιλαμβάνει την επεξεργασία ενός μαθηματικού προβλήματος και την επίλυση του με τη χρήση μαθηματικών εργαλείων».

Ο ορισμός αυτός περιλαμβάνει τη μαθηματική σκέψη και τη χρήση των μαθηματικών εννοιών, διαδικασιών, γεγονότων και εργαλείων για την περιγραφή, εξήγηση και δήλωση των υποθέσεων σχετικά με τις διεργασίες και φαινόμενα. Με άλλα λόγια, στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών το έργο PISA αξιολογεί τις δεξιότητες των μαθητών για τη διαμόρφωση, χρήση και ερμηνεία των μαθηματικών προβλημάτων σε μια ποικιλία καταστάσεων.

Το ακόλουθο σχήμα αναπαριστά την διαδικασία της μαθηματικοποίησης σύμφωνα με στοιχεία του προγράμματος PISA.

### Διαδικασία Μαθηματικοποίησης

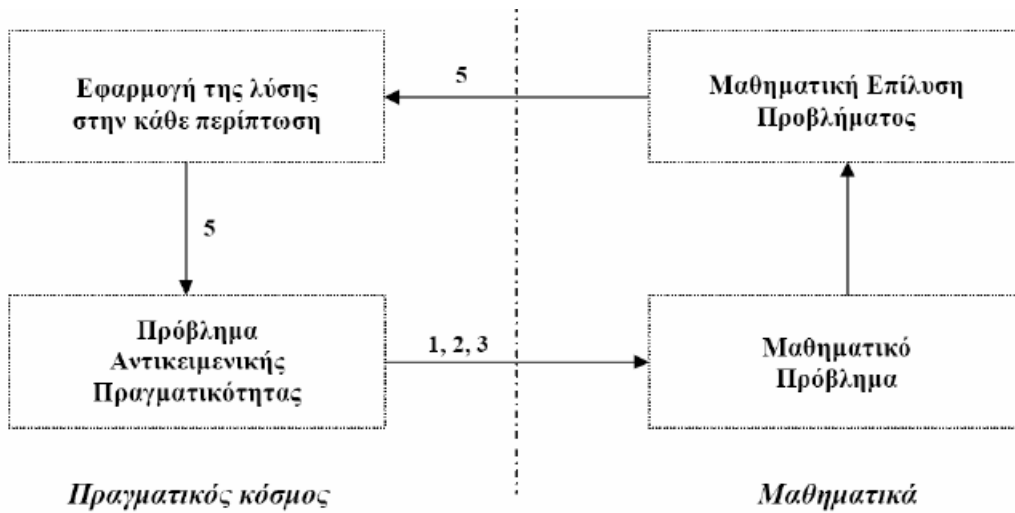


Figure 3. Mathematization process according PISA

#### Στάδιο 1

1. Έναρξη με ένα πρόβλημα που συναντάται στην πραγματικότητα.
2. Οργάνωση του σύμφωνα με τις μαθηματικές έννοιες
3. Αποπλαισίωση του από την πραγματικότητα μέσω διαδικασιών όπως κάνοντας υποθέσεις για το ποια χαρακτηριστικά του προβλήματος είναι σημαντικά, γενικεύοντας και τυποποιώντας. Με αυτό τον τρόπο γίνονται φανερά τα μαθηματικά χαρακτηριστικά της κατάστασης και μετατρέπεται το πραγματικό πρόβλημα σε μαθηματικό που αναπαριστά με ακρίβεια την κατάσταση.

#### Στάδιο 2

4. Επίλυση του μαθηματικού προβλήματος

#### Στάδιο 3

5. Κατανόηση της μαθηματικής λύσης από την άποψη της πραγματικότητας συμπεριλαμβανομένης της αναγνώρισης των περιορισμών της κατάστασης.

Η διαδικασία της «μαθηματικοποίησης» του προβλήματος περιλαμβάνει την μεταφορά του προβλήματος από τον πραγματικό κόσμο στον εκπαιδευτικό χώρο διδασκαλίας των μαθηματικών. Αυτό το στάδιο της διαδικασίας περιλαμβάνει δραστηριότητες όπως:

- Προσδιορισμός των σχετικών μαθηματικών όσον αφορά ένα πρόβλημα που τοποθετείται στην πραγματικότητα.
- Αναπαράσταση του προβλήματος με έναν διαφορετικό τρόπο; συμπεριλαμβανομένης της οργάνωσης που απαιτείται σύμφωνα με τις μαθηματικές έννοιες και της παραγωγής των κατάλληλων υποθέσεων.
- Κατανόηση της σχέσης μεταξύ της γλώσσας του προβλήματος, και της συμβολικής και επίσημης γλώσσας που απαιτείται από μαθηματικής άποψης.
- Εύρεση κανονικοτήτων, σχέσεων και προτύπων.
- Αναγνώριση των πτυχών που είναι ισομορφικές με τα γνωστά προβλήματα

- Μετάφραση του προβλήματος στα μαθηματικά δηλ. σε ένα μαθηματικό μοντέλο, (de Lange, 1987, σελ. 43).

Μετά την μετατροπή του προβλήματος στη μαθηματική του μορφή, το επόμενο στάδιο περιλαμβάνει:

- Χρήση και εναλλαγή μεταξύ των διαφορετικών αναπαραστάσεων;
- Χρήση συμβολικής, τυπικής και τεχνικής γλώσσας καθώς και των λειτουργιών;
- Βελτίωση και προσαρμογή των μαθηματικών μοντέλων;
- Συνδυασμός και ενσωμάτωση των μοντέλων;
- Επιχειρηματολογία;
- Γενίκευση.

Το τελευταίο βήμα (τα) στην επίλυση ενός προβλήματος περιλαμβάνει την απεικόνιση ολόκληρης της διαδικασίας της «μαθηματικοποίησης» και των αποτελεσμάτων.

- Κατανόηση της έκτασης και των περιορισμών των μαθηματικών εννοιών;
- Απεικόνιση των μαθηματικών ορισμάτων και επεξήγηση των αποτελεσμάτων;
- Σύνδεση μεταξύ της διαδικασίας-μοντέλου που επιλέχθηκε και της λύσης-αποτελέσματος του μαθηματικού προβλήματος;
- Σχολιασμός του μοντέλου που επιλέχθηκε για την επίλυση του προβλήματος και των περιορισμών του.

Ο «μαθηματικός γραμματισμός» αξιολογείται στο πλαίσιο του:

#### *Μαθηματικού περιεχομένου*

Υπάρχουν τέσσερις διαφορετικές περιοχές περιεχομένου:

- Ποσότητα (συμπεριλαμβανομένης της χρήσης των αριθμών για την απεικόνιση των ποσοτικών χαρακτηριστικών και των σχέσεων μεταξύ των πραγματικών αντικειμένων);
- Χώρο και σχήμα (αναφέρεται σε χωρικά και γεωμετρικά φαινόμενα και σχέσεις, απαιτείται ο έλεγχος για τον εντοπισμό ομοιοτήτων και διαφορών κατά τη διάρκεια αναγνώρισης των σχημάτων σε διαφορετικές αναπαραστάσεις και διαστάσεις);
- Μεταβολή και σχέσεις (μαθηματική περιγραφή των διάφορων διαδικασιών);
- Αβεβαιότητα (επεξεργασία δεδομένων, γραφική παρουσίαση και ερμηνεία δεδομένων).

#### *Μαθηματικών ικανοτήτων*

Για να γίνει δυνατή η «μαθηματικοποίηση» απαιτείται πλήθος μαθηματικών ικανοτήτων. Το PISA βασίστηκε σε οκτώ ικανότητες:

- Σκέψη και συλλογισμός
- Επιχειρηματολογία
- Επικοινωνία
- Μοντελοποίηση
- Διατύπωση και επίλυση προβλήματος
- Απεικόνιση
- Χρησιμοποίηση συμβολικής, επίσημης και τεχνικής γλώσσας και διαδικασιών
- Χρησιμοποίηση βοηθητικών μεθόδων και εργαλείων

Οι γνωστικές δραστηριότητες που οι προαναφερθείσες ικανότητες περιλαμβάνουν οργανώθηκαν στο PISA μέσα σε 3 ομάδες ικανότητας: η ομάδα ικανότητας της αναπαραγωγής, η ομάδα ικανότητας των συσχετισμών και η ομάδα ικανότητας στοχασμού. Αυτές οι ομαδοποιήσεις έχουν επινοηθεί για να παρέχουν μια βάση συζήτησης για την επίδραση αυτών των ικανοτήτων στην αντιμετώπιση των διαφορετικών ειδών και επιπέδων γνωστικών απαιτήσεων που υπάρχουν στα μαθηματικά προβλήματα.

<b>Μαθηματικός γραμματισμός</b>		
<i>Ομάδα Ικανότητας Αναπαραγωγής</i>	<i>Ομάδα Ικανότητας Συνδέσεων</i>	<i>Ομάδα Ικανότητας Στοχασμού</i>
Τυποποιημένες αναπαραστάσεις και ορισμοί	Μοντελοποίηση	Σύνθετη διατύπωση και επίλυση προβληματικών καταστάσεων
Υπολογισμοί ρουτίνας	Μετάφραση και ερμηνεία τυπικής επίλυσης προβλήματος	Στοχασμός και διορατικότητα
Διαδικασίες ρουτίνας	Πολλαπλές καθορισμένες με σαφήνεια μέθοδοι	Τυπική μαθηματική προσέγγιση
Επίλυση προβλημάτων ρουτίνας		Πολλαπλές σύνθετες μέθοδοι
		Γενίκευση

**Πίνακας 1. Απεικόνιση σε μορφή πίνακα των ομάδων ικανότητας (The PISA 2003 Assessment Framework-Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills, 2003, 49)**

Η παραπάνω εικόνα απεικονίζει σε μορφή πίνακα τις 3 ομάδες ικανότητας καθώς και τα διακριτικά χαρακτηριστικά της κάθε ομάδας.

- Έλεγχος των γνωστικών διεργασιών: διαμόρφωση, χρήση, ερμηνεία.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται το εννοιολογικό πλαίσιο για την αξιολόγηση του «μαθηματικού γραμματισμού» στο πλαίσιο υλοποίησης του προγράμματος PISA.



	<b>Μαθηματικός Γραμματισμός</b>
<b>Ορισμός και διακριτικά χαρακτηριστικά</b>	Η ικανότητα των μαθητών να διατυπώνουν, να ερμηνεύουν και να χρησιμοποιούν τις μαθηματικές τους γνώσεις σε μια ποικιλία καταστάσεων. Περιλαμβάνει την καλλιέργεια της μαθηματικής σκέψης και τη χρήση των μαθηματικών εννοιών, διαδικασιών, γεγονότων και εργαλείων για την περιγραφή, εξήγηση και διερεύνηση των διαδικασιών και φαινομένων. Επιτρέπει στους μαθητές να αντιληφθούν το ρόλο των μαθηματικών στον σύγχρονο κόσμο, να διατυπώνουν τα επιχειρήματά τους και να χρησιμοποιούν τη μαθηματική γνώση με τέτοιο τρόπο που να ικανοποιούνται οι ανάγκες του σημερινού ενεργού και εποικοδομητικού πολίτη.
<b>Περιεχόμενο</b>	Τομείς Περιεχομένου και έννοιες: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ποσότητα</li> <li>• Χώρο και σχήμα</li> <li>• Λειτουργίες και σχέσεις</li> <li>• Πιθανότητες και στοιχεία</li> </ul>
<b>Ικανότητες</b>	Ικανότητα η οποία ελέγχεται από τις απαραίτητες μαθηματικές δεξιότητες: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Αναπαραγωγή</li> <li>• Προσδιορισμός των λογικών εξαρτήσεων/σχέσεων</li> <li>• Εκτίμηση</li> </ul>
<b>Γνωστικές διεργασίες</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Διαμόρφωση</li> <li>• Χρήση</li> <li>• Ερμηνεία</li> </ul>
<b>Πλαίσιο</b>	Περιοχές εφαρμογής των μαθηματικών με έμφαση στην χρήση των ακόλουθων πτυχών: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ατομικό επίπεδο</li> <li>• Εκπαιδευτικό και επαγγελματικό</li> <li>• Κοινωνικό</li> <li>• Επιστημονικό</li> </ul>

## **Ανάλυση των εθνικών προγραμμάτων σπουδών**

Η μελέτη αυτή περιλαμβάνει επίσης την ανάλυση των εθνικών εκπαιδευτικών προτύπων στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών όπως παρουσιάζεται στα εθνικά προγράμματα σπουδών όλων των χωρών που συμμετέχουν στην εκπαιδευτική ερευνητική διαδικασία του TALETE προγράμματος - Βουλγαρία/BG /, Ελλάδα/EL /, Ιταλία/IT /, και Τουρκία/TR/. Αυτό το βήμα είναι πολύ σημαντικό όσον αφορά τη μελλοντική ένταξη και εφαρμογή των αποτελεσμάτων του προγράμματος στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση σε κανονική βάση. Αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζει τα κύρια αποτελέσματα των εθνικών προγραμμάτων σπουδών στο αντικείμενο των Μαθηματικών για τους μαθητές ηλικίας 14-15 ετών.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των προγραμμάτων σπουδών θα βοηθήσουν την Ερευνητική Εκπαιδευτική Ομάδα (RET) του TALETE να καθορίσει ποιες είναι οι κοινές πτυχές και οι αντικειμενικοί στόχοι κατάρτισης στο χώρο των Μαθηματικών (και ειδικότερα της γεωμετρίας) σε διεθνές επίπεδο. Οι προσδιορισμένοι κοινοί στόχοι θα μπορούσαν να συνοψιστούν ως εξής:

1. Μαθαίνοντας την έννοια του διανύσματος στο καρτεσιανό επίπεδο.
2. Αφομοίωση των ανομοιομορφιών στο καρτεσιανό επίπεδο.
3. Εμβάθυνση και διεύρυνση των γνώσεων των μαθητών στο τομέα των γεωμετρικών σχημάτων με τη μελέτη των αμοιβαίων θέσεων των περιμέτρων, μιας περιφέρειας και μιας γωνίας, μιας περιφέρειας και ενός πολυγώνου, και των ιδιοτήτων των αξιόλογων σημείων σε ένα τρίγωνο.
4. Εμβάθυνση των γνωστικών δεξιοτήτων και της λογικής σκέψης και εκμάθηση εννοιών που εμπίπτουν στο χώρο των μαθηματικών.
5. Αφομοίωση των βασικών εφαρμογών της μαθηματικής γνώσης, παρουσιάζοντας περιεκτικά τις εφαρμογές των μαθηματικών.
6. Η διαμόρφωση μιας θετικής στάσης απέναντι στα μαθηματικά, ενεργοποίηση του ενδιαφέροντος και παρακίνηση των σπουδαστών να αποκτήσουν τη γνώση και τις δεξιότητες που απαιτούνται.
7. Ανάπτυξη της παρατήρησης, της φαντασίας, της αυτοσυγκέντρωσης και της μνήμης.
8. Η γνώση των αντικειμενικών κριτηρίων για την αξιολόγηση των πνευματικών και υλικών αξιών της κοινωνίας.
9. Καλλιέργεια της οικολογικής συνείδησης για την προστασία του περιβάλλοντος και την ατομική υγεία.

Προκειμένου να επιλεγθεί ένα πρόγραμμα αξιολόγησης σε διεθνές επίπεδο η ερευνητική εκπαιδευτική ομάδα (RET) του TALETE προχώρησε στην δημιουργία ενός κοινού εκπαιδευτικού πλαισίου που θα καθορίζει τους δείκτες και τα χαρακτηριστικά για την περιγραφή των θεμάτων της Γεωμετρίας που καλύπτονται από τα εθνικά εκπαιδευτικά προγράμματα σπουδών. Το επιλεγμένο σύνολο των χαρακτηριστικών γνωρισμάτων επιτρέπει στην ερευνητική ομάδα (RET) να αναλύσει τις ιδιαιτερότητες των εθνικών προτύπων λαμβάνοντας παράλληλα υπόψη τους δείκτες των προγραμμάτων PISA και TIMSS.

Τέλος, η ανάπτυξη του κοινού εκπαιδευτικού πλαισίου για την περιγραφή των θεμάτων που άπτονται του γνωστικού αντικείμενου της Γεωμετρίας βοηθά την τεχνολογική ομάδα στη διαδικασία λήψης αποφάσεων σχετικά με την επιλογή του κατάλληλου προτύπου σχεδίασης και ανάπτυξης τρισδιάστατων εκπαιδευτικών περιβαλλόντων από την άποψη του εννοιολογικού μοντέλου, του σχεδιασμού και της λειτουργικότητας.

- Αναμενόμενα αποτελέσματα - αυτή η κατηγορία των χαρακτηριστικών καλύπτει τα ακόλουθα:
  - Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης.
  - Περιγραφή των αναμενόμενων αποτελεσμάτων σε επίπεδο προγράμματος σπουδών.
- Το περιεχόμενο μάθησης - αυτή η κατηγορία ιδιοτήτων περιγράφει τα χωριστά θέματα που περιλαμβάνονται στο κεντρικό άξονα του προγράμματος σπουδών, τους βασικούς όρους και τις κύριες έννοιες που πρέπει οι μαθητές να μάθουν, το πλαίσιο, τις δραστηριότητες και τις δυνατότητες-ευκαιρίες για την καλλιέργεια διαπροσωπικών σχέσεων. Κατά συνέπεια το περιεχόμενο των θεμάτων καθορίζεται βάσει:
  - Των προτύπων που οι φοιτητές πρέπει να πληρούν, ως αποτέλεσμα της συμπλήρωσης του κατάλληλου επιπέδου της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης
  - Των αποτελεσμάτων που οι φοιτητές πρέπει να επιτύχουν
  - Των ευκαιριών που παρέχει το πρόγραμμα σπουδών
  - Της σύνδεσης της Επιστήμης των μαθηματικών με άλλους πολιτιστικούς και εκπαιδευτικούς τομείς.

Η ερευνητική ομάδα (RET) βασιζόμενη στο σύνολο των χαρακτηριστικών γνωρισμάτων ανέπτυξε ένα κοινό εκπαιδευτικό πλαίσιο για το γνωστικό αντικείμενο της Γεωμετρίας όπως αυτό παρουσιάζεται στα εθνικά προγράμματα σπουδών των χωρών που συμμετέχουν στο πρόγραμμα TALETE.

Το πρότυπο της δομής παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.

<u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u>		<u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u>			
<i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i>	<i>Βασικές Έννοιες</i>	<i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i>	<i>Δυνατότητες για διαπροσωπικές σχέσεις</i>

Figure 4. Attributes for Geometry topics (schedules) description

Οι περιγραφές που παρέχονται από τις χώρες που συμμετέχουν στο πρόγραμμα παρουσιάζονται στο παράρτημα 1 του παρόντος εγγράφου.

## Κοινά κριτήρια για την επιλογή των προγραμμάτων αξιολόγησης

Ο προσδιορισμός των κοινών κριτηρίων για την επιλογή των διεθνών και εθνικών προγραμμάτων σπουδών βασίζεται αφενός στα αποτελέσματα των διεθνών οργάνων αξιολόγησης, πιο συγκεκριμένα των προγραμμάτων TIMSS και PISA, και αφετέρου στην λειτουργία των εθνικών εκπαιδευτικών προγραμμάτων σπουδών στις συμμετέχοντες χώρες. Η επιλογή των προγραμμάτων αξιολόγησης βασίστηκε στις ενιαίες περιγραφές των εθνικών εκπαιδευτικών προγραμμάτων σπουδών. Τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα που επιλέχθηκαν στο γνωστικό αντικείμενο της Γεωμετρίας επιτρέπει στην ερευνητική ομάδα (RET) να επιλέξει τα κατάλληλα προγράμματα αξιολόγησης που συνάδουν με τα εθνικά πρότυπα ικανοποιώντας παράλληλα τους στόχους και τα κριτήρια των διεθνών οργάνων TIMSS και PISA.

### Διαδικασία επιλογής

Η διαδικασία επιλογής των διεθνών και εθνικών προγραμμάτων αξιολόγησης είχε πολλά στάδια:

**Στάδιο 1:** Ανάπτυξη ενός προτύπου για την ενιαία περιγραφή των θεμάτων της γεωμετρίας που καλύπτονται από τα εκπαιδευτικά προγράμματα σπουδών των χωρών που συμμετέχουν στο πρόγραμμα.

**Στάδιο 2:** Κάθε συμμετέχοντα χώρα προσφέρει 4-6 προγράμματα αξιολόγησης τα οποία:

- Πρέπει να είναι σχετικά με τα θέματα που περιγράφονται στη Γεωμετρία όσον αφορά:
  - Τα πρότυπα που οι φοιτητές πρέπει να πληρούν, ως αποτέλεσμα της συμπλήρωσης του κατάλληλου επιπέδου της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης
  - Τα αποτελέσματα που οι φοιτητές πρέπει να επιτύχουν
  - Τις ευκαιρίες που παρέχει το πρόγραμμα σπουδών
- Πρέπει να σχεδιαστούν με τέτοιο τρόπο ώστε να υποστηρίζεται η εφαρμογή τους σε 3D διαδραστικά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα.
- Πρέπει να επιτρέπουν την εφαρμογή της διαδικασίας της μαθηματοποίησης και των σταδίων της σύμφωνα με το πρόγραμμα PISA.
- Πρέπει να συνάδουν με τις 3 ομάδες ικανότητας του προγράμματος PISA και τις δεξιότητες αναλυτικής και κριτικής σκέψης που πρέπει να καλλιεργηθούν; Επιχειρηματολογία; Επικοινωνία; Μοντελοποίηση; Διατύπωση του προβλήματος και επίλυση; Αναπαράσταση; Χρήση συμβολικής, τυπικής και τεχνικής ορολογίας; Χρήση βοηθητικών μεθόδων και εργαλείων<sup>4</sup>.

**Στάδιο 3:** Η ερευνητική ομάδα (RET) της κάθε χώρας που συμμετέχει στο πρόγραμμα TALETE αναθεωρεί τα προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης σε σχέση με τα κριτήρια που περιγράφονται παραπάνω.

<sup>4</sup> OECD, The PISA 2003 Mathematical Literacy, pp. 40-49,  
<http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/38/51/33707192.pdf>

**Στάδιο 4:** Η ερευνητική ομάδα (RET) της κάθε συμμετέχουσας χώρας ψηφίζει κάθε ένα από τα προτεινόμενα προγράμματα προκειμένου να επιλεχθούν αυτά που είναι κατάλληλα για να πραγματοποιηθούν στο περιβάλλον του προγράμματος TALETE τόσο σε διεθνές όσο και σε εθνικό επίπεδο. Τα αποτελέσματα της ψηφοφορίας αποστέλλονται στον συντονιστή του προγράμματος για να συνοψιστούν.

**Στάδιο 5:** Ο συντονιστής του προγράμματος (BFU, Βουλγαρία) συνοψίζει τα αποτελέσματα της ψηφοφορίας προκειμένου να συσταθεί και να οριστικοποιηθεί μια ενιαία πρόταση όσον αφορά το πρόγραμμα αξιολόγησης που θα εφαρμοστεί. Τα διεθνή προγράμματα αξιολόγησης είναι τέσσερα (μια πρόταση από κάθε χώρα). Τα εθνικά προγράμματα επιλέγονται επίσης λαμβάνοντας υπόψη τις διεθνείς ψήφους. Ο λόγος είναι ότι αυτά τα προγράμματα προτείνονται από τις αντίστοιχες εθνικές ερευνητικές ομάδες (RET) γεγονός που σημαίνει ότι συνάδουν με το εθνικό πρόγραμμα σπουδών. Επίσης, αυτά τα προγράμματα αξιολόγησης ψηφίζονται από τη διεθνή ερευνητική ομάδα (RET) συντελώντας σημαντικά στον εμπλουτισμό και στην εφαρμογή του διδακτικού υλικού και σε άλλες χώρες.

Τα αποτελέσματα των σταδίων 3 και 4 της διαδικασίας επιλογής παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα:

<b>B U L G A R I A</b>	<b>International</b>
	1. Bulgaria - exercise 3 - cakes
	2. Bulgaria - exercise 4 - swimming pools
	3. Greece - 3 - paralel lines
	4. Greece - 1 - similar triangles
	5. Italy - exercise 1 - roman mosaic
	6. Italy - exercise 2 - separation wall
	7. Turkey - exercise 4 - polygons&steps
	8. Turkey - exercise 3 - rectangle prism
	<b>National :</b>
1. Bulgaria - exercise 5 - bicycles	
2. Bulgaria - exercise 6 - cogwheel	
<b>G R E E C E</b>	<b>International</b>
	1. Greece - similar triangles
	2. Bulgaria - exercise 4 - swimming pools
	3. Turkey - exercise 1 - triangles rotation
	4. Italy - exercise 2 - separation wall
	5. Turkey - exercise 2 - calendar pages
	6. Italy - exercise 1 - roman mosaic
	7. Bulgaria - exercise 3 - cakes
	8. Greece - paralel lines/Thalès
	<b>National :</b>
1. Greece - similarity	
2. Greece - homothety	
<b>I T A L Y</b>	<b>International</b>
	1. Bulgaria - exercise 1. - windmill
	2. Bulgaria - exercise 2. - carnival hats
	3. Bulgaria - exercise 4. - swimming pool
	4. Greece - similar Triangles
	5. Greece - similarity
	6. Turkey - excercise 1 - triangles rotation
	7. Turkey - excercise 2 - calendar pages
	8. Turkey - excercise 3 - rectangle prism
	<b>National :</b>
1. Italy- excercise n.1 - roman mosaic	
2. Italy - excercise n.3 - cube	
<b>T U R K E Y</b>	<b>International</b>
	1. Bulgaria - exercise 3 - cakes
	2. Bulgaria - exercise 4 - swimming pools
	3. Greece – homothety
	4. Greece – similarity
	5. Italy - exercise 1 - roman mosaic
	6. Italy - exercise 3 - cube
	7. Turkey - exercise 1 - triangles rotation
	8. Turkey - exercise 2 - calendar pages
	<b>National :</b>
1. Turkey - exercise 3 - rectangle prism	
2. Turkey – exercise 4 - polygons&steps	

Πίνακας 2. Αποτελέσματα ψηφοφορίας σε εθνικό επίπεδο

Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα τελικά αποτελέσματα της ψηφοφορίας.

International Selection	voting BG	voting EL	voting IT	voting TR	TOTAL
Bulgaria	windmill			1	1
RET	carnaval hats			1	1
	cakes	1	1	1	3
	swimming pools	1	1	1	4
Greece	paralel lines / Thales	1	1		2
RET	similar triangles	1	1	1	3
	similarity			1	2
	homotethy			1	1
Italy	Roman mosaic	1	1	1	3
RET	separation wall	1	1		2
	cube			1	1
	pot				0
Turkey	triangles rotation		1	1	3
RET	calendar pages		1	1	3
	rectangle prism	1		1	2
	polygons&steps	1			1

Legend:  - national schedule  
 - international schedule

### Πίνακας 3. Αποτελέσματα ψηφοφορίας της διεθνούς ερευνητικής ομάδας (RET) του TALETE

Όπως είναι φανερό τα εθνικά προγράμματα αξιολόγησης που συγκέντρωσαν τις περισσότερες ψήφους επιλέχθηκαν για να εφαρμοστούν σε διεθνές επίπεδο. Τα προγράμματα που κατέλαβαν την δεύτερη θέση σε ψήφους θα υλοποιηθούν σε εθνικό επίπεδο. Όσον αφορά τα ισοψηφίσαντα προγράμματα, η τελική απόφαση επιλογής πάρθηκε από τους ειδικούς του έργου TALETE.

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1- Περιγραφές Ενιαίων Θεμάτων Γεωμετρίας**

*Επιλεγμένα Θέματα Γεωμετρίας από την εκπαιδευτική ομάδα (RET) της Βουλγαρίας*

<u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u>		<u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u>		
<i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i>	<i>Βασικές Έννοιες</i>	<i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i>
<u>Εικόνες και Σχήματα</u>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τα βασικά γεωμετρικά σχήματα (τρίγωνο, τετράγωνο) και τις ιδιότητές τους.</p> <p><b>Αναμενόμενο Αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει και χρησιμοποιεί σωστά τις ιδιότητες της διαμέσου σε ένα τρίγωνο και τραπέζιο καθώς και του κέντρου βάρους ενός τριγώνου.</p>	<p><b>Θέμα: Διάμεσος</b></p> <p>Ο μαθητής γνωρίζει:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>τι σημαίνει η έννοια «διάμεσος σε ένα τρίγωνο», τις ιδιότητές του, και πώς να εκμεταλλευτεί αυτές τις ιδιότητες;</li> <li>τι σημαίνει η έννοια «διάμεσος (βάση) ενός τριγώνου», τις ιδιότητές της, και πώς εφαρμόζεται όταν κριθεί απαραίτητο;</li> <li>τι σημαίνει η έννοια «κέντρο βάρους ενός τριγώνου», τις ιδιότητές του, και πώς εφαρμόζεται όταν κριθεί απαραίτητο;</li> <li>πώς να βρίσκει τις διαμέσους ενός τριγώνου.</li> </ol>	<p>διάμεσος ενός τριγώνου;</p> <p>διάμεσος ενός τραπέζιου;</p> <p>κέντρο βάρους ενός τριγώνου.</p>	<p>Οι μαθητές πρέπει να μπορούν να:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Να εξοικειωθούν με τους διαφορετικούς τρόπους της απόδειξης των ιδιοτήτων της διαμέσου και του κέντρου βάρους (με διανύσματα, όμοια τριγώνια, περιοχές, κλπ.).</li> </ul>

<p><a href="#">Λογική</a> <a href="#">Σκέψη</a></p>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει, σε ένα σημαντικό βαθμό, την έννοια των λογικών τελεστών και εκφράσεων "και", "ή", "... αν, τότε" και τη σχέση ισοδυναμίας.</p> <p><b>Πρότυπο 2:</b> Ο μαθητής γνωρίζει, σε ένα σημαντικό βαθμό, πώς να σχηματίζει την άρνηση μιας δήλωσης, με τις λογικούς τελεστές "και" / "ή".</p> <p><b>Πρότυπο 3:</b> Ο μαθητής είναι σε θέση να εκτιμήσει τις κινήσεις που πρέπει να γίνουν σε μια συγκεκριμένη κατάσταση.</p> <p><b>Αναμενόμενο Αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής είναι σε θέση να αποδείξει τη δομή της προτασιακής λογικής.</p>	<p>1. Ο μαθητής είναι σε θέση να διακρίνει τις δηλώσεις εκτός θέματος ως αναγκαίους και επαρκείς όρους</p> <p>2. Ο μαθητής είναι σε θέση να διαμορφώσει την άρνηση μιας δήλωσης που σχετίζεται με το περιεχόμενο ενός θέματος</p> <p>3. Ο σπουδαστής είναι σε θέση να αναλύσει την έννοια μιας συγκεκριμένης δήλωσης, και να επιλέξει τα κατάλληλα μέσα ως απόδειξη.</p>		
---	--	--	--	--



<u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u>		<u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u>		
<i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i>	<i>Βασικές Έννοιες</i>	<i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i>
<u>Μοντελοποίηση</u>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τη σημασία του όρου «διανύσματος», πώς να προσθέτει και να αφαιρεί διανύσματα, πώς να αναπαριστά διανύσματα μέσω μιας εικόνας.</p> <p><b>Αναμενόμενο Αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να κάνει αφηρημένες πράξεις με διανύσματα.</p>	<p><b>Θέμα: Διανύσματα</b></p> <p>1. Ο μαθητής γνωρίζει την έννοια του «διανύσματος» και τους όρους που σχετίζονται με αυτή την έννοια; 2. Ο μαθητής γνωρίζει διάφορες πράξεις με τα διανύσματα, τις ιδιότητές τους και είναι σε θέση να κάνει πράξεις εφαρμόζοντας αυτές τις ιδιότητες; 3. Ο μαθητής είναι σε θέση να αναπαραστήσει ένα διάνυσμα, σε μια συγκεκριμένη θέση, ως γραμμικό συνδυασμό άλλων διανυσμάτων.</p>	<p>Ακτίνες ίδιας κατεύθυνσης; Ακτίνες αντίθετων Κατευθύνσεων; Κατεύθυνση; Γραμμή; Κατευθυνόμενο τμήμα; Διάνυσμα; Μηδενικό διάνυσμα; Μήκος ενός διανύσματος; Κατεύθυνση ενός διανύσματος; Ομοιοκατευθυντικά διανύσματα;</p>	<p>Οι μαθητές πρέπει να μπορούν να:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Να εξοικειωθούν με τις βασικές λειτουργίες των διανυσμάτων;</li> <li>- Να εξοικειωθούν με τους διαφορετικούς τρόπους απόδειξης των ιδιοτήτων της διαμέσου ενός τμήματος και του κέντρου βάρους με τη χρήση διανυσμάτων;</li> <li>- Να χρησιμοποιούν τα διανύσματα ως μέσα αναπαράστασης παράλληλων τμημάτων, τυχαίων καθώς και συγγραμικών σημείων;</li> <li>- Να εξοικειωθούν με τις βασικές λειτουργίες και την εφαρμογή των διανυσμάτων στις Φυσικές Επιστήμες;</li> </ul>

			<p>Διανύσματα με διαφορετικές κατευθύνσεις και ίδιο μήκος;</p> <p>Όμοια διανύσματα;</p> <p>Άθροισμα διανυσμάτων;</p> <p>Αφαίρεση διανυσμάτων</p> <p>Αναπαράσταση διανύσματος μέσω μιας εικόνας;</p> <p>Συγγραμικά διανύσματα.</p>	
<u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u>		<u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u>		
<i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i>	<i>Βασικές Έννοιες</i>	<i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i>
<b><u>Συναρτήσεις</u></b> <b><u>.Μέτρηση</u></b>	<b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να απεικονίζει ένα σημείο στο επίπεδο, το τμήμα και την περιφέρεια σε συνάφεια.	<b>Θέμα: Συνάφεια</b>  Ο μαθητής: 1. Γνωρίζει τι σημαίνει γεωμετρικός	Γεωμετρικός Μετασχηματισμός;  Εικόνα;	Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση: - Να κατασκευάζουν γεωμετρικά σχήματα σε συνάφεια; - Να συσχετίζουν τις γνώσεις

	<b>Αναμενόμενο Αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να σχεδιάζει γεωμετρικά σχήματα σε συνάφεια.	μετασχηματισμός και τον συναφή μετασχηματισμό στο επίπεδο; 2. Γνωρίζει τα διαφορετικά είδη των επιπέδων και τους όρους που σχετίζονται με αυτά; 3. Είναι σε θέση απεικονίσει ένα σημείο στο επίπεδο, το τμήμα και τον κύκλο σε συνάφεια.	Πρωτότυπο;  Συμμετρία Αξόνων;  Συμμετρικά σημεία;  Κέντρο συμμετρίας;  Περιστροφή;  Προσανατολισμένη γωνία;  Κέντρο περιστροφής;  Μετατροπή;  Διανυσματική μετατροπή.	της συνάφειας με τις γραφικές παραστάσεις των λειτουργιών.
<b><u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u></b>		<b><u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u></b>		
<i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i>	<i>Βασικές Έννοιες</i>	<i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i>
<b><u>Εικόνες και Σχήματα</u></b>	<b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τα βασικά γεωμετρικά	<b>Θέμα: Περιφέρεια και Πολύγωνο</b>	Γεωμετρικό σύνολο / θέση σημείων;	Οι μαθητές πρέπει να: 1. μπορούν να κατασκευάζουν ένα τρίγωνο.

	<p>σχήματα (τρίγωνο, τετράγωνο, κανονικό πολύγωνο, κλπ.), τα στοιχεία, τα είδη και τα χαρακτηριστικά τους.</p> <p><b>Πρότυπο 2:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να κατασκευάζει γεωμετρικά αντικείμενα, όπως περιγράφεται στις βασικές εργασίες κατασκευής.</p> <p><b>Αναμενόμενο Αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να χρησιμοποιεί τα πολύγωνα.</p>	<p><b>Ο μαθητής:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Γνωρίζει και είναι σε θέση να καθορίσει τις αμοιβαίες θέσεις: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Των σημείων και της περιφέρειας;</li> <li>2. Μιας ευθείας γραμμής και της περιφέρειας;</li> <li>3. Των 2 περιφερειών.</li> </ol> </li> <li>2. Γνωρίζει και είναι σε θέση να εφαρμόσει τις ιδιότητες των χορδών σε μια περιφέρεια;</li> <li>3. Γνωρίζει τα διακριτικά σημεία ενός τριγώνου και τους όρους που σχετίζονται με αυτό;</li> <li>4. Γνωρίζει το γεωμετρικό τόπο των σημείων;</li> <li>5. Συσχετίζει το γεωμετρικό αντικείμενο με τον όρο «σύνολο γεωμετρικών σημείων» ο οποίος χρησιμοποιείται στις στοιχειώδεις εργασίες κατασκευής.</li> <li>6. Γνωρίζει τους απαραίτητους όρους για</li> </ol>	<p>Εσωτερικό σημείο σε μια περιφέρεια;</p> <p>Εξωτερικό σημείο σε μια περιφέρεια;</p> <p>Εφαπτομένη σε μια περιφέρεια;</p> <p>Σημείο εφαπτομένης;</p> <p>Χορδή μιας περιφέρειας;</p> <p>Εξωτερική-εφαπτομένη σε μια περιφέρεια;</p> <p>Εσωτερική-εφαπτομένη σε μια περιφέρεια;</p> <p>Συμπτωτικές περιφέρειες;</p> <p>Ομοκεντρικές περιφέρειες;</p> <p>Κέντρο 2 περιφερειών;</p> <p>Κοινή εφαπτομένη 2</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. να είναι σε θέση να καταλαβαίνουν τις γεωμετρικές θέσεις των σημείων και τις εφαρμογές τους</li> <li>3. μπορούν να κατασκευάζουν την κοινή εφαπτομένη 2 περιφερειών.</li> </ol>
--	--	--	--	---

<p><u>Συναρτήσεις</u> <u>.Μέτρηση</u></p>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να προσδιορίζει τους αντίστοιχους μαθηματικούς όρους και να αναγνωρίζει τις γωνίες που σχετίζονται με μια περιφέρεια.</p>	<p>τα τετράγωνα και είναι σε θέση να τους εφαρμόσει;</p> <p>7. Γνωρίζει να κατασκευάζει την εφαπτόμενη από ένα εξωτερικό σημείο σε μια περιφέρεια</p> <p>Ο μαθητής γνωρίζει ποια είναι τα διαφορετικά είδη των γωνιών σχετικά με μια περιφέρεια, τους όρους γνωρίζοντας παράλληλα πως να τους εφαρμόσει.</p>	<p>περιφερειών;</p> <p>Περιγεγραμμένη περιφέρεια σε ένα πολύγωνο;</p> <p>Περιγεγραμμένο πολύγωνο;</p> <p>Εγγεγραμμένη περιφέρεια σε ένα πολύγωνο;</p> <p>Εγγεγραμμένο πολύγωνο;</p> <p>Ορθόκεντρο;</p> <p>Κέντρο περιγεγραμμένης περιφέρειας σε ένα τρίγωνο;</p> <p>Κέντρο εγγεγραμμένης περιφέρειας για ένα τρίγωνο;</p> <p>Καμπύλη σε μια γωνία;</p> <p>Εγγεγραμμένη γωνία;</p> <p>Περιφερειακή γωνία;</p>	
---	---	--	--	--

<p><u>Λογική Σκέψη</u></p>	<p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής χρησιμοποιεί τις γνώσεις του / της για τη μέτρηση γωνιών, σχετικά με μια περιφέρεια σε συγκεκριμένες γεωμετρικές καταστάσεις.</p> <p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει, σε ένα σημαντικό βαθμό, τη σχέση ισοδυναμίας.</p> <p><b>Πρότυπο 2:</b> Ο μαθητής γνωρίζει το νόημα των λέξεων: Ιδιότητες Θεωρήματος, Απόδειξη Θεωρήματος</p> <p><b>Πρότυπο 3:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να εκτιμά την ακρίβεια και την ορθότητα σε μια συγκεκριμένη κατάσταση.</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής βρίσκει και χρησιμοποιεί τη λογική δομή των δηλώσεων</p>	<p>Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. γνωρίζει τις ιδιότητες ενός εγγεγραμμένου και περιγεγραμμένου τετράπλευρου</li> <li>2. ξέρει πώς να διαφοροποιεί και να δημιουργεί καταστάσεις στις οποίες εφαρμόζονται οι ιδιότητες και αποδείξεις των Θεωρημάτων;</li> <li>3. ξέρει πώς να διατυπώσει την υπόθεση και να την ελέγξει;</li> <li>4. αντιλαμβάνεται την έννοια της σχέσης ισοδυναμίας και μπορεί να δικαιολογήσει την ισοδυναμία των δηλώσεων.</li> </ol>	<p>Γωνία της οποίας η κορυφή είναι ένα εσωτερικό σημείο σε μια περιφέρεια;</p> <p>Γωνία της οποίας η κορυφή είναι ένα εξωτερικό σημείο σε μια περιφέρεια.</p>	
----------------------------	---	--	---	--

Επιλεγμένα Θέματα Γεωμετρίας από την εκπαιδευτική ομάδα (RET) της Ελλάδας

<u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u>		<u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u>		
<i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i>	<i>Βασικές Έννοιες</i>	<i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i>
<u>Γνώση</u>	<p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής: -Να είναι σε θέση να διατυπώσει το θεώρημα του Θαλή και να γράψει τις αντίστοιχες αναλογίες σε οποιοδήποτε σχήμα.</p> <p>-Να γνωρίζει τις προϋποθέσεις του θεωρήματος.</p>	<p><b>Θέμα: Θεώρημα του Θαλή</b></p> <p>Ο μαθητής: 1. γνωρίζει και είναι σε θέση να εφαρμόσει το Θεώρημα του Θαλή σε ένα τραπεζοειδές 2. γνωρίζει και είναι σε θέση να εφαρμόσει το Θεώρημα του Θαλή σε ένα τρίγωνο 3. γνωρίζει και είναι σε θέση να εφαρμόσει το Θεώρημα του Θαλή σε αλληλοσυνδεδεμένα τρίγωνα</p>	<p>Παράλληλες γραμμές</p> <p>Διχοτόμους</p> <p>Τρίγωνα</p> <p>Τραπεζοειδή</p> <p>Κλάσματα</p> <p>Αναλογία</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. μπορούν να εφαρμόσουν το θεώρημα σε μια γενική μορφή τραπεζοειδούς</li> <li>2. μπορούν να εφαρμόσουν το θεώρημα σε ένα απλό τρίγωνο</li> <li>3. μπορούν να εφαρμόσουν το θεώρημα σε αλληλοσυνδεδεμένα τρίγωνα</li> <li>4. Κατανοούν ότι το θεώρημα μπορεί επίσης να εφαρμοστεί όταν οι μη-παράλληλες γραμμές τέμνονται με τις παράλληλες.</li> </ol>
<u>Εφαρμογή</u>	<p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να χρησιμοποιεί το θεώρημα του Θαλή για τον υπολογισμό του μήκους ενός ευθυγράμμου</p>	<p>Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. είναι σε θέση να υπολογίσει την ποσότητα που εκφράζει ένα κλάσμα</li> </ol>		

<p><b>Συλλογισμός</b></p>	<p>τμήματος και του λόγου δυο ευθυγράμμων τμημάτων.</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει το αντίστροφο του θεωρήματος του Θαλή και μπορεί να το χρησιμοποιήσει για να αποδείξει την παραλληλία των ευθυγράμμων τμημάτων.</p>	<p>2. είναι σε θέση να τοποθετήσει σωστά τα σημεία σε ένα σχήμα, ώστε η θέση τους να είναι σύμφωνη με ένα προκαθορισμένο λόγο</p> <p>Ο μαθητής γνωρίζει ότι αν ο λόγος δύο τμημάτων είναι ίδιος τότε τα δυο τμήματα είναι παράλληλα</p> <p>Αντιθέτως, ο μαθητής γνωρίζει ότι αν ο λόγος δύο τμημάτων δεν είναι ίδιος τότε τα δυο τμήματα δεν είναι παράλληλα</p>		
<p><b><u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u></b></p>		<p><b><u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u></b></p>		
<p><i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i></p>	<p><i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i></p>	<p><i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i></p>	<p><i>Βασικές Έννοιες</i></p>	<p><i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i></p>
<p><b><u>Γνώση</u></b></p>	<p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b>  Ο μαθητής γνωρίζει το πέμπτο αξίωμα του Ευκλείδη</p>	<p><b>Θέμα: Παράλληλες Γραμμές</b>  Οι μαθητές γνωρίζουν ότι, αν ευθείες παράλληλες ορίζουν ίσα τμήματα σε μια</p>	<p>Παράλληλος  Γραμμές</p>	<p>Οι μαθητές θα:  Μάθουν ότι ευθείες παράλληλες ορίζουν ίσα τμήματα σε μια</p>



<p><u>Εφαρμογή</u></p>	<p>Ο μαθητής γνωρίζει τις συνέπειες της προηγούμενης πρότασης σε τρίγωνα και τραπέζια.</p> <p>Ο μαθητής γνωρίζει πώς να χρησιμοποιεί κοινά εργαλεία</p>	<p>ευθεία που τις τέμνει, τότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε οποιαδήποτε άλλη ευθεία τις τέμνει.</p> <p>Οι μαθητές αναγνωρίζουν και ονομάζουν είδη γωνιών στο επίπεδο και στο χώρο (π.χ. συμπληρωματικές και παραπληρωματικές, κατακορυφήν γωνίες που σχηματίζονται, όταν μια ευθεία τέμνει δυο παράλληλες ευθείες)</p> <p>Οι μαθητές γνωρίζουν ότι αν από το μέσον της πλευράς ενός τριγώνου χαραξουν μια γραμμή παράλληλη προς τη βάση του τριγώνου, τότε αυτή η γραμμή τέμνει την άλλη πλευρά του τριγώνου στο μέσο της.</p> <p>Οι μαθητές γνωρίζουν ότι αν από το μέσον της πλευράς ενός τραapeζίου χαραξουν μια γραμμή παράλληλη προς τη βάση του τραapeζίου, τότε αυτή η γραμμή τέμνει την άλλη πλευρά του τραapeζίου στο μέσο της.</p> <p>Να μάθουν να διαιρούν με</p>	<p>Τμήματα</p> <p>Αναλογία</p>	<p>ευθεία που τις τέμνει.</p> <p>Μάθουν να διερευνούν βασικά θεωρήματα τετραπλεύρων (π.χ. το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της).</p> <p>Μάθουν πώς να χρησιμοποιούν κανόνα και διαβήτη για να σχεδιάζουν και να υπολογίσουν ευθύγραμμα τμήματα.</p> <p>Μάθουν πώς να χρησιμοποιούν κλάσματα, για την επίλυση προβλημάτων με παράλληλες γραμμές.</p>
------------------------	---	---	--------------------------------	---

<p><b>Συλλογισμός</b></p>	<p>σε σχήματα αριθμούς</p> <p>Ο μαθητής γνωρίζει τι ονομάζεται λόγος δυο ευθυγράμμων τμημάτων και πώς αυτός υπολογίζεται</p> <p>Ο μαθητής ξέρει να αναγνωρίζει πότε δύο τμήματα είναι ανάλογα προς δυο άλλα τμήματα</p>	<p>κανόνα και διαβήτη ένα ευθύγραμμο τμήμα σε <math>n</math> ίσα τμήματα</p> <p>Να μάθουν να υπολογίζουν το λόγο διαιρώντας το μήκος ενός τμήματος με το μήκος ενός άλλου τμήματος</p> <p>Να μάθουν πότε δυο ευθύγραμμα τμήματα είναι ανάλογα προς δυο άλλα ευθύγραμμα τμήματα.</p>		
<p><b><u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u></b></p>		<p><b><u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u></b></p>		
<p><i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i></p>	<p><i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i></p>	<p><i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i></p>	<p><i>Βασικές Έννοιες</i></p>	<p><i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i></p>
<p><b><u>Γνώση</u></b></p>	<p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b></p> <p>Να γνωρίζουν τα είδη των τριγώνων και τα στοιχεία ενός τριγώνου (κύρια και δευτερεύοντα)</p>	<p><b>Θέμα: Ισότητα Τριγώνων</b></p> <p>Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. γνωρίζει και είναι σε θέση να κατασκευάσει το ύψος, τη διάμεσο και τη διχοτόμο τριγώνων και να παρατηρήσει τα χαρακτηριστικά σημεία του τριγώνου</li> </ol>	<p>Γωνίες</p> <p>Ακμές</p> <p>Πλευρές</p> <p>Ύψη</p> <p>Διχοτόμους</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Αναγνωρίζουν τα βασικά είδη τριγώνων</li> <li>2. Είναι εξοικειωμένοι με τις γραμμές που σχετίζονται με ένα τρίγωνο</li> </ol>

	<p>Να μάθουν τα 3 κριτήρια ισότητας των τριγώνων και</p>	<p>(κέντρο Βάρους, περίκεντρο, ορθόκεντρο)</p> <p>2. γνωρίζει και είναι σε θέση να αναγνωρίσει ένα ισόπλευρο τρίγωνο</p> <p>3. γνωρίζει και είναι σε θέση να αναγνωρίσει ένα ισοσκελές τρίγωνο</p> <p>4. γνωρίζει και είναι σε θέση να αναγνωρίσει ένα σκαληνό τρίγωνο</p> <p>5. γνωρίζει και είναι σε θέση να αναγνωρίσει ένα οξυγώνιο τρίγωνο</p> <p>6. γνωρίζει και είναι σε θέση να αναγνωρίσει ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο</p> <p>7. γνωρίζει και είναι σε θέση να αναγνωρίσει ένα ορθογώνιο τρίγωνο</p> <p>• <b>Κριτήριο πλευράς-</b></p>	<p>Διαμέσους</p> <p>Περίκεντρο</p> <p>Ορθόκεντρο</p> <p>Ισόπλευρο</p> <p>Ισοσκελές</p> <p>Σκαληνό</p> <p>Οξυγώνιο</p> <p>Αμβλυγώνιο</p> <p>Ορθογώνιο</p>	<p>Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν τα 3 κριτήρια</p>
--	--	--	--	---

	<p>να μπορούν να τα εφαρμόζουν για να αποδεικνύουν την ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων και γωνιών</p> <p>Να μάθουν τα κριτήρια ισότητας των ορθογωνίων τριγώνων</p>	<p><b>γωνίας-πλευράς (ΠΓΠ):</b> Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη τους γωνία ίση.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Κριτήριο γωνίας-πλευράς-γωνίας (ΓΠΓ):</b> Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη πλευρά τους ίση.</li> <li>• <b>Κριτήριο πλευράς-πλευράς-πλευράς (ΠΠΠ):</b> Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν τις τρεις πλευρές τους ίσες</li> </ul> <p>Ο μαθητής γνωρίζει τα δυο κριτήρια ισότητας των ορθογωνίων τριγώνων:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Κριτήριο πλευράς-πλευράς:</b> Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία τότε είναι ίσα</li> </ul>	<p>ισότητας σε οποιαδήποτε μη ορθογώνιο τρίγωνα με σκοπό να προσδιορίσουν εάν δυο τρίγωνα είναι ίσα</p> <p>Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν τα 2 κριτήρια ισότητας σε οποιαδήποτε ορθογώνια τρίγωνα με σκοπό να προσδιορίσουν εάν δυο τρίγωνα είναι ίσα.</p>
--	--	---	--

<p><u>Εφαρμογή</u></p>	<p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b></p> <p>Ο μαθητής θα είναι σε θέση να εφαρμόσει τα παραπάνω κριτήρια για να αποδείξει την ισότητα των τμημάτων και των γωνιών.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Κριτήριο πλευράς-προσκειμένης οξείας:</b> Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία πλευρά και την προσκειμένη οξεία γωνία ίσα τότε είναι ίσα.</li></ul> <p>Ο μαθητής γνωρίζει τα κριτήρια ισότητας για όλους τους τύπους τριγώνων καθώς και πώς θα εφαρμόσει αυτά τα κριτήρια.</p>		<p>Με τη βοήθεια ενός διαφανούς χαρτιού οι μαθητές θα παρατηρήσουν το τρίγωνο ABC να συμπίπτει με το τρίγωνο DEF. Έτσι θεωρούν ότι οι αντίστοιχες πλευρές και γωνίες των τριγώνων είναι ίσες και οδηγούνται στη διατύπωση του ορισμού της ισότητας τριγώνων.</p>
<p><u>Συλλογισμός</u></p>	<p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b></p> <p>Ο μαθητής θα είναι σε θέση να αντιληφθεί εάν δυο τρίγωνα είναι ίσα.</p>	<p>Οι μαθητές αναγνωρίζουν και αποδεικνύουν πολύ γρήγορα εάν δυο τρίγωνα είναι ίσα.</p>		

<u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u>		<u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u>		
<i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i>	<i>Βασικές Έννοιες</i>	<i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i>
<u>Γνώση</u>	<b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Να γνωρίζουν ότι όμοια πολύγωνα είναι αυτά που το ένα είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση του άλλου.	<b>Θέμα: Ομοιότητα</b> Ο μαθητής: <ul style="list-style-type: none"> <li>• γνωρίζει ότι δυο γεωμετρικά σχήματα είναι όμοια όταν και τα δυο έχουν το ίδιο σχήμα.</li> <li>• γνωρίζει ότι το ένα είναι όμοιο με το αποτέλεσμα μιας ομοιόμορφης κλιμάκωσης (μεγέθυνση ή σμίκρυνση) του άλλου</li> <li>• ξέρει ότι αυτό σημαίνει ότι το αντικείμενο μπορεί να χρησιμοποιείται ως βάση και να επανατοποθετείται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να συμπέσει ακριβώς με το άλλο αντικείμενο.</li> </ul>	Ομοιότητα	<p>Ο μαθητής ξέρει πως να αναγνωρίζει όμοια σχήματα από ένα σύνολο σχημάτων.</p> <p>Οι μαθητές γνωρίζουν τη διαφορά του αυστηρού μαθηματικού ορισμού της ομοιότητας με την κοινή χρήση του όρου στην καθημερινότητα.</p> <p>Ο μαθητής γνωρίζει πώς να συμπληρώσει ένα πίνακα με στοιχεία όπως μήκος των πλευρών και γωνιών έχοντας ως στόχο να ελέγξει αν τα σχήματα είναι όμοια.</p>

<p><u>Εφαρμογή</u></p>	<p>Να γνωρίζουν ότι εάν δυο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι όμοια και το αντίστροφο.</p> <p>Να γνωρίζουν τι σημαίνει λόγος ομοιότητας ομοίων πολυγώνων και ποία σχέση έχει με το λόγο των</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• γνωρίζει ότι οι αντίστοιχες πλευρές των όμοιων πολυγώνων είναι ανάλογες, και οι αντίστοιχες γωνίες είναι ίσες.</li> <li>• κατανοεί την έννοια της ομοθεσίας ως το μετασχηματισμό που παράγει ένα νέο σχήμα όμοιο με το αρχικό (σμίκρυνση ή μεγένθυση) και κατασκευάζει το ομοιόθετο ενός σχήματος με βάση δεδομένο λόγο.</li> <li>• περιγράφει μετασχηματισμούς σχημάτων μέσω της ανάκλισης, της περιστροφής και της μεταφοράς σε δραστηριότητες.</li> <li>• γνωρίζει ότι όλες οι πλευρές ενός ομοίου σχήματος</li> </ul>	<p>Ο μαθητής γνωρίζει πώς να υπολογίζει τις τιμές των γωνιών και το μήκος των πλευρών δύο πολυγώνων τα οποία ορίζονται ως όμοια, αλλά χωρίς να γνωρίζει όλα τα δεδομένα.</p> <p>Ο μαθητής ξέρει πώς να καθορίσει εάν τα πολύγωνα είναι όμοια, εάν του δοθεί ένα σχήμα με ελλιπή στοιχεία σχετικά με το μήκος των πλευρών τους και τις τιμές των γωνιών τους.</p>
------------------------	---	--	--

	περιμέτρων τους.	<p>πολλαπλασιάζονται με την ίδια τιμή.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• γνωρίζει ότι κατά τη μεγέθυνση ή σμίκρυνση ενός γεωμετρικού σχήματος ενώ όλες οι πλευρές του πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό, οι γωνίες του παραμένουν αμετάβλητες.</li></ul>		
	Να γνωρίζουν πως συνδέεται ο λόγος ομοιότητας με την κλίμακα ενός χάρτη ή ενός σχεδίου	<ul style="list-style-type: none"><li>• γνωρίζει πώς να εφαρμόσει τις γνώσεις που κατέχει για την επίλυση πρακτικών ασκήσεων</li></ul>		Ο μαθητής ξέρει πώς να αναγνωρίσει την περίπτωση ομοιότητας σε πρακτικές ασκήσεις και πώς να χρησιμοποιήσει τις γνώσεις του για το μάθημα ώστε να βρεί πρακτικές απαντήσεις.



Επιλεγμένα Θέματα Γεωμετρίας από την εκπαιδευτική ομάδα (RET) της Ιταλίας

<u>Αναμενόμενα Αποτελέσματα</u>		<u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u>		
<i>Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών</i>	<i>Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα</i>	<i>Βασικές Έννοιες</i>	<i>Πλαίσιο και Δραστηριότητες</i>
<u>Αριθμοί</u>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τις βασικές πράξεις με αριθμούς.</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να κάνει υπολογισμούς με ακέραιους, κλάσματα, δεκαδικούς και να επιλύει προβλήματα με τη χρήση μαθηματικών εργαλείων.</p>	<p><b>Θέμα: Πράξεις και Αριθμοί</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Να αναπτύξουν την κατανόηση των αριθμών, τον τρόπο με τον οποίο αναπαριστάνονται και τις ποσότητες που αντιπροσωπεύουν.</li> <li>2. Να αναπτύξουν τη δεξιότητα της ακρίβειας, την επάρκεια σε νοερούς υπολογισμούς, σε υπολογισμούς με χαρτί και μολύβι και στη χρήση της τεχνολογίας.</li> <li>3. Να αναπτύξουν την ικανότητά τους για εκτίμηση και έλεγχο της λογικότητας των</li> </ol>	<p>Υπολογισμός, εκτίμηση ή προσέγγιση με ακέραιους αριθμούς.</p> <p>Αναπαράσταση δεκαδικών και κλασμάτων χρησιμοποιώντας λέξεις, αριθμούς, ή μοντέλα</p> <p>Υπολογισμός με κλάσματα και δεκαδικούς</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. είναι σε θέση να κατανοούν τις βασικές αριθμητικές πράξεις.</li> <li>2. είναι σε θέση να επιλύουν προβλήματα που αφορούν τους αριθμούς και τις ιδιότητές τους.</li> </ol>

<p><u>Άλγεβρα</u></p>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τις βασικές αλγεβρικές πράξεις.</p> <p><b>Πρότυπο 2:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να επιλύει γραμμικές εξισώσεις με τους τύπους.</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να επιλύει προβλήματα, χρησιμοποιώντας τα εργαλεία των Μαθηματικών.</p>	<p>απαντήσεών τους.</p> <p>4. Να αποκτήσουν σταδιακά τυπικές μορφές μαθηματικής σκέψης (υπόθεση, επαλήθευση, επεξήγηση, εγγύηση, καθορισμός, γενίκευση).</p> <p><b>Θέμα: Σχέσεις και Συναρτήσεις</b></p> <p>Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. δουλεύει με ποσά, γινόμενα και δυνάμεις εκφράσεων που περιέχουν μεταβλητές;</li> <li>2. είναι σε θέση να υπολογίζει εκφράσεις για δεδομένη αριθμητική τιμή;</li> <li>3. είναι σε θέση να απλοποιεί ή να συγκρίνει αλγεβρικές εκφράσεις;</li> <li>4. μπορεί να μοντελοποιεί καταστάσεις χρησιμοποιώντας εκφράσεις;</li> </ol>	<p>Αναπαράσταση, σύγκριση, διάταξη και υπολογισμός ακεραίων.</p> <p>Επίλυση προβλημάτων που αφορούν ποσοστά και αναλογίες.</p> <p>Αριθμητικά, αλγεβρικά και γεωμετρικά μοτίβα ή ακολουθίες(επέκταση, γενίκευση των προτύπων).</p> <p>Απλοποίηση και υπολογισμός αλγεβρικών εκφράσεων.</p> <p>Απλές γραμμικές</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. είναι σε θέση να κατανοούν πώς να επιλύουν εκφράσεις που περιέχουν μεταβλητές</li> <li>4. είναι σε θέση να μοντελοποιούν καταστάσεις χρησιμοποιώντας εκφράσεις</li> </ol>
-----------------------	---	---	--	--

<p><u>Γεωμετρία</u></p>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής ξέρει να αναγνωρίζει σχήματα στο χώρο (αναγνωρίζει σχήματα σε διαφορετικές αναπαραστάσεις, προσδιορίζει τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων, εικόνων ή γραφικών αναπαραστάσεων, απεικονίζει τρισδιάστατα αντικείμενα από δισδιάστατες παραστάσεις και</p>	<p><b>Θέμα: Εικόνες και Σχήματα</b></p> <p>Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. αναγνωρίζει και ονομάζει είδη γωνιών στο επίπεδο και στο χώρο (π.χ. συμπληρωματικές και παραπληρωματικές, κατακορυφήν γωνίες που σχηματίζονται,</li> </ol>	<p>ς εξισώσεις και ανισότητες καθώς και εξισώσεις δυο μεταβλητών.</p> <p>Ισοδύναμες αναπαραστάσεις των λειτουργιών, όπως διατεταγμένα ζεύγη, πίνακες, γραφήματα, λέξεις ή εξισώσεις.</p> <p>Μοντελοποίηση καταστάσεων με τη χρήση εκφράσεων</p> <p>Γεωμετρικές ιδιότητες των γωνιών και των γεωμετρικών σχημάτων (τρίγωνα, τραπέζια και άλλα κοινά πολύγωνα)</p> <p>Όμοια σχήματα</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. είναι σε θέση να κατασκευάσουν και να ερμηνεύσουν διαφορετικά γεωμετρικά σχήματα</li> <li>2. είναι σε θέση να αναγνωρίσουν τις σχέσεις μεταξύ των δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων.</li> </ol>
-------------------------	--	--	---	--

	<p>αντιστρόφως)</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τις διαφορετικές μορφές αναπαράστασης καθώς και τον τρόπο να μεταβαίνει από τη μια μορφή αναπαράστασης στην άλλη (προφορική, γραπτή, γραφική, συμβολική)</p>	<p>όταν μια ευθεία τέμνει δυο παράλληλες ευθείες)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. Γνωρίζει τις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων: τρίγωνα, τραπέζια και άλλα κοινά πολύγωνα</li> <li>3. Αναγνωρίζει όμοια σχήματα (τρίγωνα, τραπέζια) και γνωρίζει τις ιδιότητές τους</li> <li>4. Αναγνωρίζει όμοια τρίγωνα και γνωρίζει τις ιδιότητές τους</li> <li>5. Γνωρίζει τις σχέσεις μεταξύ δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων</li> <li>6. Γνωρίζει πώς να μετρήσει, να σχεδιάσει και να υπολογίσει το μέγεθος των γωνιών, τα μήκη των γραμμών, το εμβαδό και τον όγκο ενός σχήματος</li> <li>7. Γνωρίζει τους τύπους για τον υπολογισμό των μεγεθών: περίμετρος, περιφέρεια, ακτίνα κύκλου, εμβαδό</li> </ol>	<p>και ίσα τρίγωνα.</p> <p>Θεώρημα του Θαλή και Πυθαγόρειο Θεώρημα</p> <p>Σχέση μεταξύ δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων</p> <p>Καρτεσιανό επίπεδο - διατεταγμένα ζεύγη, εξισώσεις, διχοτόμος, διάμεσος και κλίση.</p> <p>Ανάκληση, περιστροφή και μεταφορά</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>3. γνωρίζουν πώς να χρησιμοποιούν το πυθαγόρειο θεώρημα και το Ευκλείδειο θεώρημα (χωρίς απόδειξη) για τον υπολογισμό του μήκους μιας πλευράς.</li> </ol>
--	---	--	---	--

<p><u>Δεδομένα και Πιθανότητες</u></p>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής ξέρει πώς να αναγνωρίζει σε διαφορετικά περιβάλλοντα τα αντικείμενα καθώς και πώς να χρησιμοποιεί τα όργανα μέτρησης.</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής χρησιμοποιεί τα μαθηματικά που έχει μάθει για να διαχειρίζεται πληροφορίες σε επιστημονικό, τεχνολογικό, οικονομικό και κοινωνικών επίπεδο (περιγράφει το φαινόμενο σε ποσοτικούς όρους, ερμηνεύει μια περιγραφή του φαινομένου σε ποσοτικούς όρους με στατιστικά εργαλεία ή συναρτήσεις, χρησιμοποιεί μαθηματικά μοντέλα για να περιγράψει και να ερμηνεύσει καταστάσεις και φαινόμενα) .</p>	<p>και όγκο.</p> <p><b>Θέμα: Μετρήσεις, Στατιστική και Πιθανότητες</b> Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. είναι σε θέση να ερμηνεύει δεδομένα που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε παρερμηνείες (π.χ. ακατάλληλη ομ αδοποίηση και παραπλανητικές ή διαστρεβλωμένες κλίμακες)</li> <li>2. είναι σε θέση να χρησιμοποιεί τα δεδομένα από πειράματα για να κάνει προβλέψεις</li> <li>3. είναι σε θέση να χρησιμοποιεί τις πιθανότητες ενός συγκεκριμένου αποτελέσματος για την επίλυση προβλημάτων</li> <li>4. είναι σε θέση να υπολογίσει την πιθανότητα ενδεχομένων και να χρησιμοποιεί την έννοια της πιθανότητας, για να κάνει προβλέψεις.</li> </ol>	<p>Ανάγνωση και εμφάνιση δεδομένων χρησιμοποιώντας πίνακες, εικονογράμματα, ιστογράμματα, διαγράμματα πίτας και γραφήματα.</p> <p>Ερμηνεία συνόλων δεδομένων (π.χ. εξαγωγή συμπερασμάτων, προβλέψεις, εκτιμήσεις)</p> <p>Κρίση, πρόβλεψη και καθορισμός της πιθανότητας ενδεχομένων των πιθανών αποτελεσμάτων .</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. είναι σε θέση να συγκρίνουν διαφορετικά δεδομένα από πειράματα για να προβλέψουν μελλοντικά αποτελέσματα.</li> <li>2. είναι σε θέση να ελέγξουν τις διαδικασίες για την επίλυση προβλημάτων στατιστικής.</li> </ol>
--	---	--	---	--

<u>Expected results</u>	<u>Περιεχόμενο Μάθησης (Θέματα, έννοιες, πλαίσιο και δραστηριότητες, διαπροσωπικές σχέσεις)</u>			
Περιγραφή του πυρήνα του περιεχομένου μάθησης	Αναμενόμενα αποτελέσματα σε επίπεδο προγράμματος σπουδών	Αναμενόμενα αποτελέσματα κατηγοριοποιημένα με βάση τα θέματα	Βασικές Έννοιες	Πλαίσιο και Δραστηριότητες
<u>Αριθμοί</u>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τις βασικές πράξεις με εκθέτες.</p> <p><b>Πρότυπο 2:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τις βασικές πράξεις με ρίζες.</p> <p><b>Πρότυπο 3:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τις βασικές πράξεις με πραγματικούς αριθμούς.</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να κάνει υπολογισμούς με εκθέτες, ρίζες και πραγματικούς αριθμούς και είναι σε θέση να επιλύει προβλήματα χρησιμοποιώντας μαθηματικά εργαλεία</p>	<p><b>Θέμα: Πράξεις και Πραγματικοί Αριθμοί</b> Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. γνωρίζει το ειδικό περιεχόμενο των Μαθηματικών (μαθηματικά αντικείμενα όπως αριθμοί και τις συγκεκριμένες ιδιότητες και λειτουργίες τους);</li> <li>2. γνωρίζει αλγορίθμους και διαδικασίες (κυρίως στην αριθμητική);</li> <li>3. είναι σε θέση να αποκτήσει σταδιακά δεξιότητες μαθηματικής σκέψης (υπόθεση, επαλήθευση, επεξήγηση, καθορισμός, γενίκευση).</li> </ol>	<p>Πράξεις με εκθέτες.</p> <p>Εκθέτες, επιστημονική σημειογραφία, ρίζες, χρήση λέξεων, αριθμών ή μοντέλων.</p> <p>Πράξεις με εκθέτες και ρίζες.</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. είναι σε θέση να καταλαβαίνουν τις βασικές αριθμητικές πράξεις</li> <li>2. είναι σε θέση να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα τα οποία περιέχουν πραγματικούς αριθμούς</li> <li>3. είναι σε θέση να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα τα οποία περιέχουν ρίζες</li> <li>4. είναι σε θέση να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα τα οποία περιέχουν εκθέτες</li> </ol>

<p><u>Άλγεβρα</u></p>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τους βασικούς τρόπους παραγοντοποίησης.</p> <p><b>Πρότυπο 2:</b> Ο μαθητής γνωρίζει πώς να παραγοντοποιεί δίνωμα και τριώνυμα με τη χρήση τύπων.</p> <p><b>Πρότυπο 3:</b> Ο μαθητής γνωρίζει πώς να κάνει απλοποιήσεις με τη χρήση τύπων.</p> <p><b>Πρότυπο 4:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τις βασικές αλγεβρικές πράξεις.</p> <p><b>Πρότυπο 5:</b> Ο μαθητής γνωρίζει πώς να επιλύει γραμμικές εξισώσεις με τη χρήση τύπων.</p> <p><b>Πρότυπο 6:</b> Ο μαθητής γνωρίζει πώς να επιλύει γραμμικές ανισότητες με τη χρήση τύπων.</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να επιλύει προβλήματα,</p>	<p><b>Θέμα: Σχέσεις και Συναρτήσεις</b></p> <p>Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>είναι σε θέση να δουλεύει με ποσά, γινόμενα, δυνάμεις εκφράσεων που περιέχουν μεταβλητές;</li> <li>είναι σε θέση να απλοποιήσει ή να συγκρίνει αλγεβρικές εκφράσεις;</li> <li>είναι σε θέση να μοντελοποιήσει καταστάσεις χρησιμοποιώντας παραγοντοποίηση;</li> <li>υπολογίζει τύπους για δίνωμα και τριώνυμα;</li> <li>υπολογίζει την κλίση μια γραμμής;</li> <li>υπολογίζει τις <math>x</math> και <math>y</math> συντεταγμένες;</li> <li>επιλύει απλές γραμμι</li> </ol>	<p>Απλοποίηση και υπολογισμός αλγεβρικών εκφράσεων.</p> <p>Απλές γραμμικές εξισώσεις και ανισότητες καθώς και εξισώσεις δυο μεταβλητών.</p> <p>Ισοδύναμες αναπαραστάσεις των λειτουργιών, όπως, γραφήματα, λέξεις ή εξισώσεις.</p> <p>Μοντελοποίηση καταστάσεων με τη χρήση εκφράσεων</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>είναι σε θέση να κατανοούν πώς να επιλύουν εκφράσεις που περιέχουν μεταβλητές</li> <li>είναι σε θέση να μοντελοποιούν καταστάσεις χρησιμοποιώντας εκφράσεις</li> </ol>
-----------------------	--	--	---	--

<p><u>Γεωμετρία</u></p>	<p>χρησιμοποιώντας τα εργαλεία των Μαθηματικών.</p> <p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής γνωρίζει όλες τις ιδιότητες που σχετίζονται με τα μήκη του τριγώνου.</p> <p><b>Πρότυπο 2:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να κατασκευάζει γεωμετρικά αντικείμενα, ακολουθώντας τις βασικές εργασίες κατασκευής.</p> <p><b>Πρότυπο 3:</b> Ο μαθητής ξέρει να αναγνωρίζει σχήματα στο χώρο (αναγνωρίζει σχήματα σε διαφορετικές αναπαραστάσεις, προσδιορίζει τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων, εικόνων ή γραφικών αναπαραστάσεων, απεικονίζει τρισδιάστατα</p>	<p>κές εξισώσεις και ανισότητες καθώς και εξισώσεις δυο μεταβλητών.</p> <p><b>Θέμα: Εικόνες και Σχήματα</b> Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. γνωρίζει τις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων: τρίγωνα, τραπέζια και άλλα κοινά πολύγωνα;</li> <li>2. γνωρίζει τις σχέσεις για τις διχοτόμους διαμέσους, ύψος και γωνία του τριγώνου;</li> <li>3. αναγνωρίζει όμοια σχήματα (τρίγωνα, τραπέζια) και γνωρίζει τις ιδιότητές τους;</li> <li>4. αναγνωρίζει όμοια τρίγωνα και γνωρίζει τις ιδιότητές τους;</li> <li>5. γνωρίζει τις τριγωνομετρικές</li> </ol>	<p>Γεωμετρικές ιδιότητες των γωνιών και των γεωμετρικών σχημάτων (τρίγωνα, τραπέζια και άλλα κοινά πολύγωνα)</p> <p>Όμοια σχήματα και ίσα τρίγωνα.</p> <p>Θεώρημα του Θαλή και Πυθαγόρειο Θεώρημα</p> <p>Σχέση μεταξύ δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. είναι σε θέση να κατασκευάσουν και να ερμηνεύσουν διαφορετικά γεωμετρικά σχήματα</li> <li>2. είναι σε θέση να αναγνωρίσουν τις σχέσεις μεταξύ των δυσδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων.</li> <li>3. γνωρίζουν πώς να χρησιμοποιούν το πυθαγόρειο θεώρημα και το Ευκλείδειο θεώρημα (χωρίς απόδειξη) για τον υπολογισμό του μήκους μιας πλευράς.</li> <li>4. είναι σε θέση να αναγνωρίσουν το μοτίβο</li> </ol>
-------------------------	---	--	---	--



	<p>αντικείμενα από δισδιάστατες παραστάσεις και αντιστρόφως).</p> <p><b>Πρότυπο 4:</b> Ο μαθητής γνωρίζει να κατασκευάζει μια γραμμή, πολύγωνο και κύκλο.</p> <p><b>Πρότυπο 5:</b> Ο μαθητής γνωρίζει και εφαρμόζει τους κανόνες συμμετρίας στο χώρο των συντεταγμένων.</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής γνωρίζει τις διαφορετικές μορφές αναπαράστασης καθώς και τον τρόπο να μεταβαίνει από τη μια μορφή αναπαράστασης στην άλλη (γραφική, συμβολική).</p>	<p>σχέσεις σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο;</p> <p>6. Γνωρίζει τις σχέσεις μεταξύ δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων;</p> <p>7. Γνωρίζει πώς να μετρήσει, να σχεδιάσει και να υπολογίσει το μέγεθος των γωνιών, τα μήκη των γραμμών, το εμβαδό και τον όγκο ενός σχήματος;</p> <p>8. Γνωρίζει τους τύπους για τον υπολογισμό των μεγεθών: περίμετρος, περιφέρεια, ακτίνα κύκλου, εμβαδό και όγκο;</p> <p>9. γνωρίζει τον νόμο της συμμετρίας και ανάκλασης;</p> <p>10. γνωρίζει τα μοτίβα και κλάσματα;</p> <p>11. γνωρίζει να εντοπίζει συμμετρικά σημεία στο επίπεδο.</p>	<p>Τριγωνομετρικές Ιδιότητες</p> <p>Συμμετρία, ανάκληση, περιστροφή και μεταφορά</p> <p>Μοτίβα και κλάσματα</p>	<p>5. είναι σε θέση να κατασκευάσουν κλάσματα</p>
--	---	---	---	---

<p><u>Δεδομένα και Πιθανότητες</u></p>	<p><b>Πρότυπο 1:</b> Ο μαθητής ξέρει πώς να αναγνωρίζει σε διαφορετικά περιβάλλοντα τα αντικείμενα καθώς και πώς να χρησιμοποιεί τα όργανα μέτρησης.</p> <p><b>Αναμενόμενο αποτέλεσμα:</b> Ο μαθητής χρησιμοποιεί τα μαθηματικά που έχει μάθει για να διαχειρίζεται πληροφορίες σε επιστημονικό, τεχνολογικό, οικονομικό και κοινωνικών επίπεδο (περιγράφει το φαινόμενο σε ποσοτικούς όρους, ερμηνεύει μια περιγραφή του φαινομένου σε ποσοτικούς όρους με στατιστικά εργαλεία ή συναρτήσεις, χρησιμοποιεί μαθηματικά μοντέλα για να περιγράψει και να ερμηνεύσει καταστάσεις και φαινόμενα) .</p>	<p><b>Θέμα: Μετρήσεις, Στατιστική και Πιθανότητες</b> Ο μαθητής:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. είναι σε θέση να ερμηνεύει δεδομένα που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε παρερμηνείες (π.χ. ακατάλληλη ομολογία και παραπλανητικές ή διαστρεβλωμένες κλίμακες);</li> <li>2. είναι σε θέση να χρησιμοποιεί τα δεδομένα από πειράματα για να κάνει προβλέψεις;</li> <li>3. είναι σε θέση να χρησιμοποιεί τις πιθανότητες ενός συγκεκριμένου αποτελέσματος για την επίλυση προβλημάτων.</li> </ol>	<p>Ανάγνωση και εμφάνιση δεδομένων χρησιμοποιώντας πίνακες, εικονογράμματα, ιστογράμματα, διαγράμματα πίτας και γραφήματα.</p> <p>Ερμηνεία συνόλων δεδομένων (π.χ. εξαγωγή συμπερασμάτων, προβλέψεις, εκτιμήσεις)</p> <p>Κρίση, πρόβλεψη και καθορισμός της πιθανότητας ενδεχομένων των πιθανών αποτελεσμάτων</p>	<p>Οι μαθητές:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. είναι σε θέση να συγκρίνουν διαφορετικά δεδομένα από πειράματα για να προβλέψουν μελλοντικά αποτελέσματα.</li> <li>2. είναι σε θέση να ελέγξουν τις διαδικασίες για την επίλυση προβλημάτων στατιστικής.</li> </ol>
--	---	--	---	--

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2 - Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης

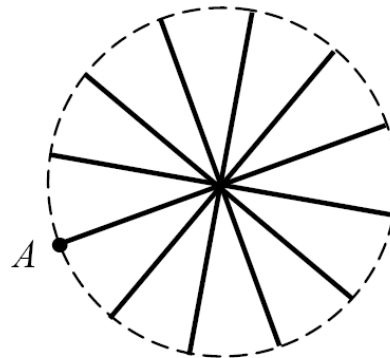
### Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης της Βουλγαρίας

#### 1. ΑΝΕΜΟΜΥΛΟΣ

Στο παρελθόν οι άνθρωποι χρησιμοποιούσαν την αιολική ενέργεια και τους ανεμόμυλους για την άλεση των σιτηρών, την εξόρυξη πετρελαίου καθώς και την άντληση νερού. Σήμερα, οι ανεμόμυλοι είναι ένα τουριστικό αξιοθέατο. Ένα από τα πιο διάσημα εργοστάσια ανεμόμυλων βρίσκεται στη Βουλγαρία και συγκεκριμένα στο Nesebar. Ο συγκεκριμένος ανεμόμυλος διαθέτει 12 ξύλινα πτερύγια, με ένα κοινό κέντρο, τα οποία ισαπέχουν μεταξύ τους. Όλα αυτά τα χαρακτηριστικά τον καθιστούν μοναδικό.



Το παρακάτω σχέδιο δείχνει την τοπολογία των πτερυγίων του ανεμόμυλου.



**Ερώτηση 1.** Πόσες είναι οι μοίρες των δύο παρακείμενων γωνιών του ανεμόμυλου στο Nesebar?

Απάντηση. ....°

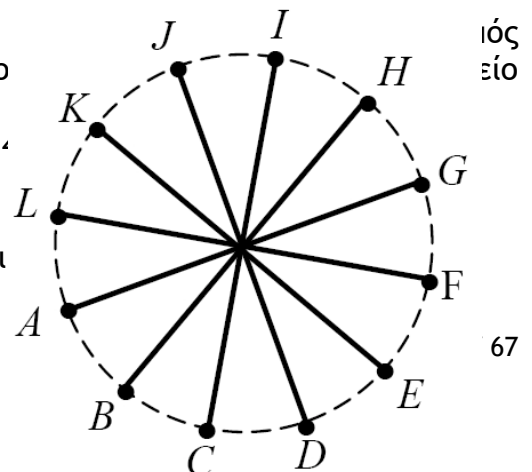
**Ερώτηση 2.** Το μήκος ενός πτερυγίου είναι 4m. ακεραίου σε μέτρα έτσι ώστε η κορυφή του πτερυγίου

A) σε μια περιστροφή?

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την προσέγγιση  $\pi = 3,14$

Απάντηση. .... m

**Ερώτηση 3.** Οι κορυφές των πτερυγίων σημειώνονται

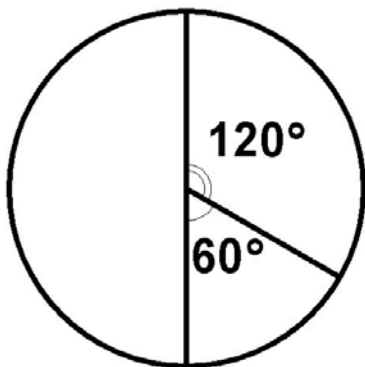


Χρησιμοποιώντας μόνο τα γράμματα συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

Κατάσταση	Σχήμα
Ένα τρίγωνο, το οποίο είναι όμοιο με το $DAEG$ , είναι:	
Ισόπλευρο τρίγωνο με κορυφή την $L$ είναι:	
Η μεσοκάθετος του τμήματος $DF$ είναι:	
Ένα ορθογώνιο τρίγωνο με γωνία $H$ να ισούται με $30^\circ$ είναι:	

## 2. ΚΑΡΝΑΒΑΛΙΚΑ ΚΑΠΕΛΑ

Ένα χρωματιστό χαρτόνι σε σχήμα κύκλου, με κέντρο το σημείο  $O$  και ακτίνα  $36\text{cm}$  είναι κομμένο σε τρία κομμάτια τα οποία σχηματίζουν 3 καρναβαλικά καπέλα σε σχήμα κώνου.





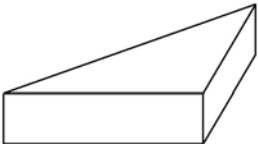
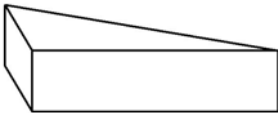
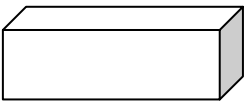
**Ερώτηση 1.** Ποια είναι η ακτίνα του κάθε καπέλου?

**Ερώτηση 2.** Το χείλος του καπέλου με πλάτος  $5\text{ cm}$  είναι κατασκευασμένο από κόκκινο χαρτόνι σε σχήμα τετραγώνου. Πόσα εκατοστά, τουλάχιστον, θα πρέπει να είναι η πλευρά του κάθε τετραγώνου, προκειμένου να σχηματιστεί το χείλος για ένα μεγαλύτερο καπέλο?

### 3. ΚΕΙΚ

Ένα ζαχαροπλαστέιο φτιάχνει διάφορους τύπους κέικ.



Τύποι κέικ	Μέγεθος
<b>1.Ορθός Κυκλικός κυλίνδρος</b> 	Ακτίνα $R = 18 \text{ cm}$ Ύψος $5 \text{ cm}$
<b>2.Ορθός Κυκλικός κύλινδρος</b> 	Ακτίνα $r = 10 \text{ cm}$ Ύψος $4 \text{ cm}$
<b>3.Ορθό Πρίσμα του οποίου η βάση είναι ένα ισόπλευρο τρίγωνο</b> 	Πλευρά $a = 38 \text{ cm}$ Ύψος $5 \text{ cm}$
<b>4.Ορθό Πρίσμα του οποίου η βάση είναι ένα ορθογώνιο τρίγωνο</b> 	Οι δύο κάθετες πλευρές έχουν μήκος $a = 30 \text{ cm}$ και $b = 40 \text{ cm}$ και η υποτείνουσα $c = 50 \text{ cm}$ Ύψος $5 \text{ cm}$
<b>5.Ορθό Πρίσμα του οποίου η βάση είναι ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο</b> 	Πλάτος $40 \text{ cm}$ και Μήκος $60 \text{ cm}$ Ύψος $5 \text{ cm}$

Το ζαχαροπλαστέιο χρησιμοποιεί δύο τύπους κιβωτίων συσκευασίας:

- ένα ευθύ πρίσμα του οποίου η βάση είναι ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλάτος 42 εκατοστά, μήκος 62 εκατοστά και ύψος  $h = 8$  εκατοστά
- ένα ευθύ πρίσμα του οποίου η βάση είναι ένα τετράγωνο με πλευρά 42 εκατοστά και ύψος  $h = 8$  εκατοστά.

**Ερώτηση 1.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες

		Σωστό	Λάθος
A.	Όλοι οι τύποι των κέικ μπορούν να συσκευάζονται σε κουτιά των οποίων η βάση είναι το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο		
B.	Δυο τύποι κέικ δεν μπορούν να συσκευάζονται σε κουτιά των οποίων η βάση είναι το τετράγωνο		
C.	Δυο κέικ του 1ου τύπου μπορούν να συσκευάζονται σε κουτιά των οποίων η βάση είναι το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο		
D.	Τρία κέικ του 2 <sup>ου</sup> τύπου μπορούν να συσκευάζονται σε κουτιά των οποίων η βάση είναι το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο		

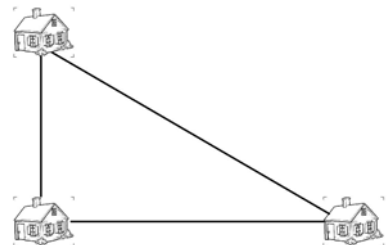
**Ερώτηση 2.** Το ζαχαροπλαστέιο πρέπει να φτιάξει μια διώροφη τούρτα για μια ειδική περίπτωση: ο πρώτος όροφος είναι ένα κέικ του τέταρτου τύπου, και πάνω από αυτό, στον δεύτερο όροφο, είναι ένα κέικ σε σχήμα κυλίνδρου. Η βάση του κυλίνδρου είναι πλήρως τοποθετημένη επάνω στην περιοχή του δεύτερου ορόφου. Πόσο μεγάλη, κατ' ανώτατο όριο, μπορεί να είναι η ακτίνα της βάσης του κυλίνδρου?

#### 4. ΠΙΣΙΝΑ

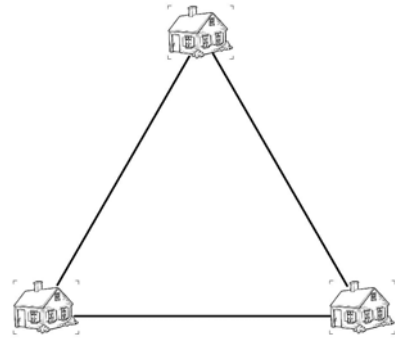
Τρεις οικογένειες οι οποίες χτίζουν τα σπίτια τους σε ένα περιφραγμένο συγκρότημα έχουν τη δυνατότητα να τοποθετήσουν τα σπίτια τους με τρεις τρόπους:



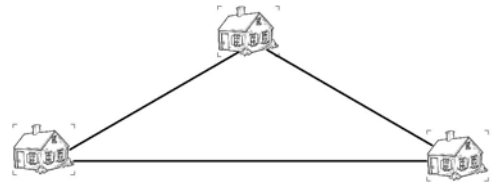
1. Κάθε ένα από τα σπίτια τους βρίσκονται στις κορυφές ενός ορθογωνίου τριγώνου με υποτείνουσα 600 μ.



2. Κάθε ένα από τα σπίτια τους βρίσκονται στις κορυφές ενός ισοσκελούς τριγώνου με πλευρά 900 μ.



3. Κάθε ένα από τα σπίτια τους βρίσκονται στις κορυφές ενός αμβλυγώνιου ισοσκελούς τριγώνου με πλευρά 400μ και γωνία  $120^\circ$ .



Οι τρεις οικογένειες θέλουν να χτίσουν μια κοινή πισίνα η οποία θα βρίσκεται σε ίση απόσταση από το κάθε σπίτι.

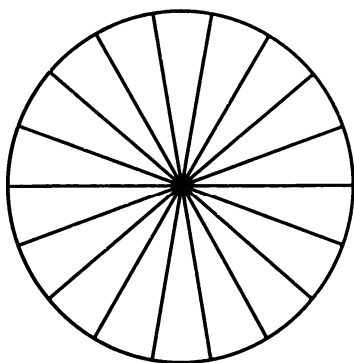
**Ερώτηση 1.** Σχεδιάστε τον χώρο στον οποίο η κοινόχρηστη πισίνα πρέπει να χτιστεί και για τις τρεις περιπτώσεις. Τι γνωρίζετε για το σημείο που βρίσκεται στο χώρο της πισίνας?

**Ερώτηση 2.** Ποιά είναι η απόσταση του κάθε σπιτιού από την κοινόχρηστη πισίνα? Εξετάστε και τις τρεις περιπτώσεις. (Στην απάντησή σας, αν χρειάζεται, να δώσετε την κατά προσέγγιση αξία σε μέτρα με ακρίβεια μέχρι και ολόκληρη τη μονάδα)

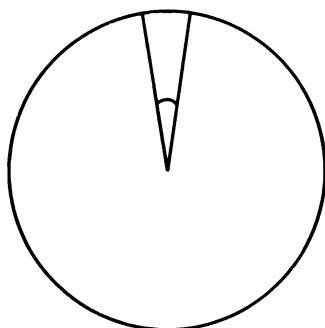
**Ερώτηση 3.** Σε ποιά από τις τρεις περιπτώσεις, η απόσταση του κάθε σπιτιού από την κοινόχρηστη πισίνα είναι λιγότερη?

## 5. ΠΟΔΗΛΑΤΑ

**Ερώτηση 1.** Ένα ποδήλατο έχει 18 ακτίνες. Πόσες μοίρες είναι η γωνία δύο παρακείμενων ακτινών?

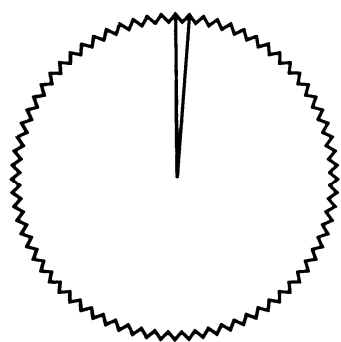


**Ερώτηση 2.** Πόσες ακτίνες μπορεί να έχει ένα ποδήλατο, εάν η γωνία των δύο παρακείμενων ακτινών είναι  $180^\circ$ ?



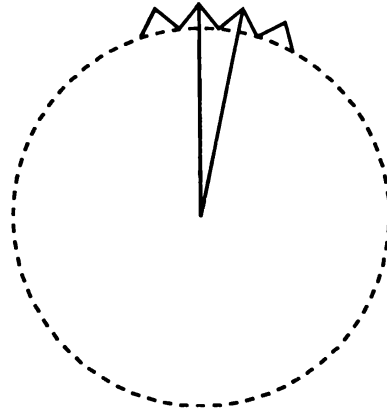
## 6. ΟΔΟΝΤΩΤΟΣ ΤΡΟΧΟΣ

**Ερώτηση 1.** Ένας οδοντωτός τροχός έχει 72 δόντια. Πόσες μοίρες είναι το αλυσοειδή του κύκλου, που βρίσκεται ανάμεσα σε δύο παρακείμενα δόντια;

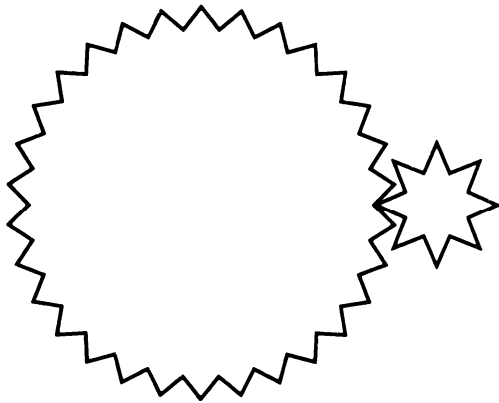


**Ερώτηση 2.** Πόσα δόντια μπορεί να έχει ένας οδοντωτός τροχός, αν το αλυσοειδή μεταξύ δύο παρακείμενων δοντιών είναι  $120^\circ$ ?

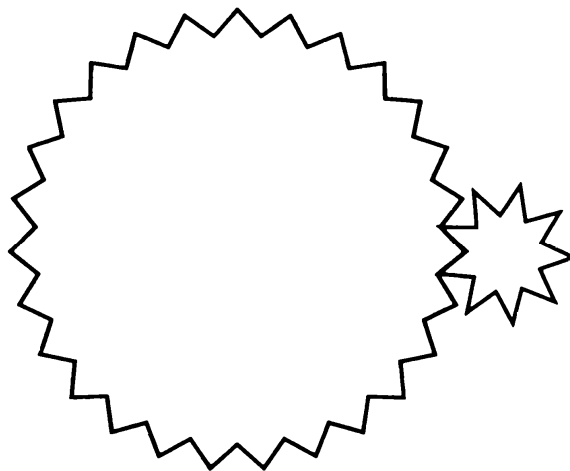




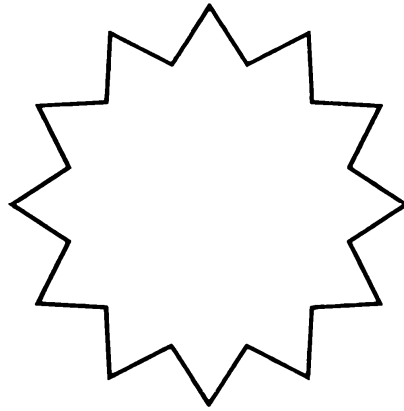
**Ερώτηση 3.** Πόσες στροφές ανά λεπτό κάνει ένας οδοντωτός τροχός ο οποίος έχει 32 δόντια, εάν ένας άλλος τροχός προσκολλημένος σε αυτόν, έχει 8 δόντια και κάνει 12 περιστροφές το λεπτό?



**Ερώτηση 4.** Οι διάμετροι δύο γειτονικών οδοντωτών τροχών είναι σε αναλογία 3:8. Σε ποια γωνία ο μεγάλος τροχός θα περιστρέφεται εάν ο μικρός τροχός κάνει μια περιστροφή?



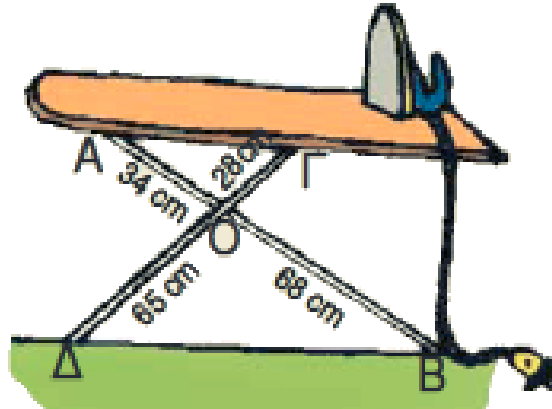
**Ερώτηση 5.** Ένας οδοντωτός τροχός έχει 12 δόντια. Πόσα δόντια έχει ο δεύτερος οδοντωτός τροχός, ο οποίος είναι προσκολλημένος σε αυτόν, αν για μια περιστροφή ο πρώτος θα περιστρέφεται μέχρι  $120^\circ$  ?



## Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης της Ελλάδας

### Κριτήριο: Θεώρημα του Θαλή

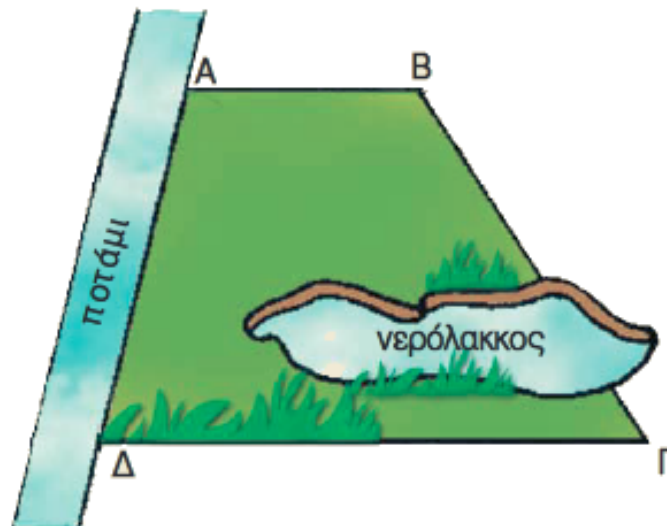
Ο John θέλει να σιδερώσει τα πουκαμισά του. Για αυτό το λόγο συναρμολόγησε μια πτυσσόμενη σιδερώστρα, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Αλλά διαπίστωσε ότι η σανίδα δεν ήταν οριζόντια. Ποιό είναι το λάθος που έκανε ο John?



### 1. Παράλληλες Γραμμές

Ένα αγρόκτημα έχει το σχήμα ενός τραpezιού ABΓΔ.

Ο ιδιοκτήτης θέλει να μετρήσει την περίμετρο του, αλλά η απόσταση ΒΓ δεν μπορεί να υπολογιστεί άμεσα, καθώς παρεμβάλλεται ένας νερόλακκος που σχηματίστηκε από την τελευταία βροχόπτωση, όπως φαίνεται στην εικόνα. Πώς θα μπορούσε ο ιδιοκτήτης να υπολογίσει αυτή την απόσταση;



### 2. Όμοια τρίγωνα

Υπολογισμός της απόστασης από την ακτή σε ένα πλοίο.

Αν ένα πλοίο είναι στη θέση Α και βρισκόμαστε στο σημείο Β, τότε

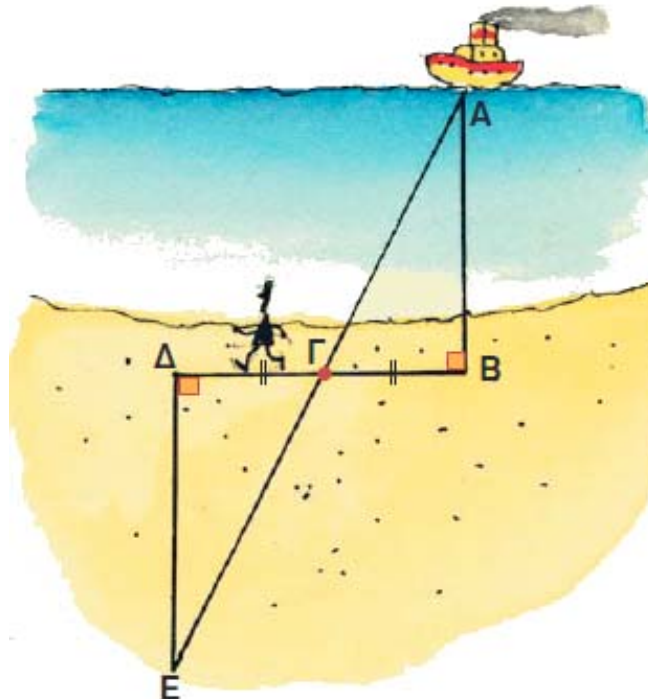
- Ξεκινώντας από το σημείο Β και περπώντας στην παραλία κάθετα στο τμήμα

ΑΒ πάμε σε μια απόσταση ΒΓ. Στο σημείο Γ, βάζουμε ένα σημάδι και συνεχίζουμε στην ίδια γραμμή μέχρι όπου η απόσταση του ΓΔ να ισούται με ΒΓ.

• Στο σημείο Δ βάζουμε ένα σημάδι, (π.χ. πέτρα), γυρίζουμε και περπατάμε κάθετα στο τμήμα ΒΔ. Σταματάμε σε ένα σημείο Ε, από το οποίο τα σημεία Α και Γ φαίνεται να είναι στην ίδια γραμμή.

Η απαιτούμενη απόσταση ΑΒ είναι ίση με την απόσταση ΔΕ την οποία μπορούμε να μετρήσουμε.

Αυτή η μέθοδος λέγεται ότι έχει εφαρμοστεί περίπου 2.500 χρόνια πριν τον Θαλή τον Μιλήσιο. Πώς ήταν ο Θαλής σίγουρος ότι  $AB = DE$ ? Μπορείτε να το αποδείξετε? Βρείτε τις πέντε προτάσεις που απέδειξε ο Θαλής και σημειώστε ποιά από αυτές χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της απόστασης από το πλοίο προς την ακτή.



### 3. Ομοιότητα

Η θεωρία των όμοιων σχημάτων ήταν γνωστή από τα μέσα του 7ου αιώνα π.Χ. Με τη βοήθεια αυτής της θεωρίας ο Θαλής ο Μιλήσιος (624 - 547 π.Χ.), ένας από τους επτά σοφούς της αρχαιότητας, κατόρθωσε να μετρήσει το ύψος της μεγάλης πυραμίδας του Χέοπος από το μήκος της σκιάς της, αποσπώντας τον θαυμασμό του βασιλιά της Αιγύπτου, του

Άμασι.

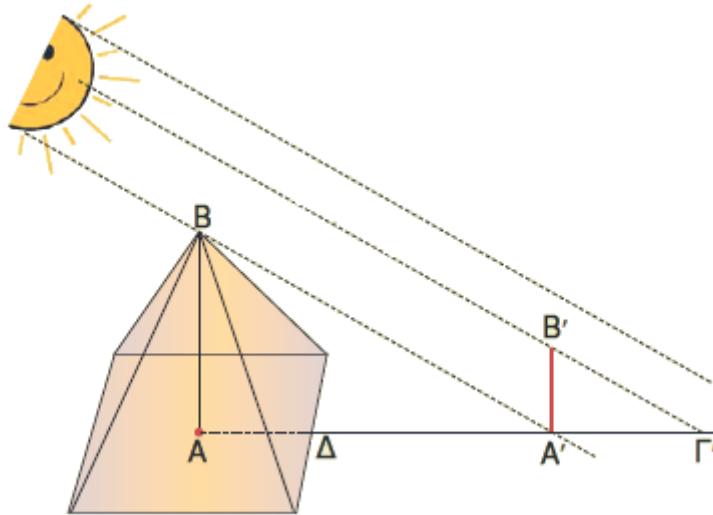
Δεν γνωρίζουμε ακριβώς τις τεχνικές που χρησιμοποίησε ο Θαλής σε αυτό το επίτευγμα του. Ο Πλούταρχος, ωστόσο, μας διηγείται τα εξής:

«Αφού έστησε το ραβδί του ο Θαλής στο τέλος της σκιάς της πυραμίδας από τα δυο όμοια τρίγωνα που προκύπτουν από την επαφή της ακτίνας του ήλιου, απέδειξε ότι ο λόγος που

είχε η σκιά της πυραμίδας προς τη σκιά της ράβδου ήταν ο ίδιος με το λόγο που είχε το ύψος της πυραμίδας προς το μήκος της ράβδου»

Ο Διογένης ο Λαέρτιος, στην πραγματικότητα, υποστηρίζει ότι ο Θαλής κατόρθωσε να μετρήσει τις πυραμίδες παρατηρώντας το μήκος της σκιάς τους, κατά τη στιγμή που οι σκιές μας έχουν μήκος ίσο με το ύψος μας.

Μπορείτε να εξηγήσετε, πώς ο Θαλής υπολόγισε τελικά το ύψος της πυραμίδας, αφού μπορούσε να μετρήσει το μήκος της πλευράς της τετραγωνικής βάσης της πυραμίδας και της σκιάς ΔΑ'?

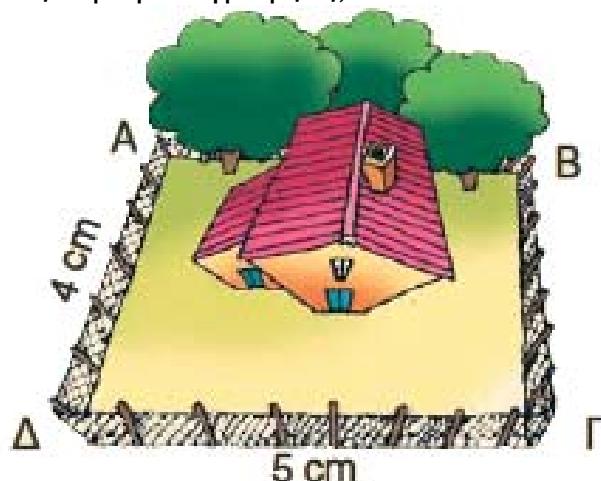


#### 4. Ομοιοθεσία

Αυτή η εικόνα δείχνει την αεροφωτογραφία ενός αγροκτήματος σε σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου το οποίο είναι περιφραγμένο με συρματοπλέγμα μήκους 270μ.

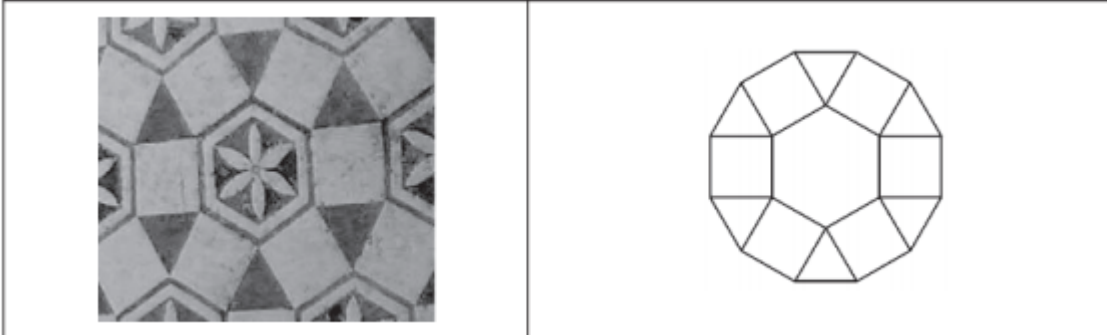
Υπολογίστε τις πραγματικές διαστάσεις του αγροκτήματος.

Σε ποια κλίμακα έγινε η αεροφωτογράφιση;



*Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης της Ιταλίας<sup>5</sup>*

1. Οι παρακάτω εικόνες απεικονίζουν το ισόγειο μίας ρωμαϊκής κατοικίας και τη γεωμετρική του αναπαράσταση.



Το σχέδιο, που αντιστοιχεί σε δωδεκάγωνο, αποτελείται από ένα κανονικό εξάγωνο εσωτερικά, έξι τετράγωνα και έξι ισόπλευρα τρίγωνα.

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

		Σωστό	Λάθος
a.	Το εμβαδόν του εξαγώνου είναι το μισό του εμβαδού του δωδεκαγώνου.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Το εμβαδόν του κάθε τριγώνου είναι το 1/6 του εμβαδού του εξαγώνου.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Η περίμετρος του δωδεκαγώνου είναι διπλάσια της περιμέτρου του εξαγώνου.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Θέλουμε να βάψουμε έναν διαχωριστικό τοίχο μεταξύ των κήπων δυο παρακείμενων σπιτιών. Το τείχος έχει μήκος 5 μέτρα, πάχος 0.2 μέτρα και ύψος 1 μέτρο.

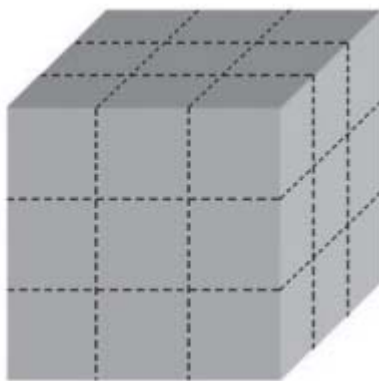


Να υπολογιστεί η επιφάνεια που θα χρωματιστεί.

<sup>5</sup> From [http://www.studenti.it/files/pdf/20100618/fascicolo\\_matematica2010.pdf](http://www.studenti.it/files/pdf/20100618/fascicolo_matematica2010.pdf)

- A.  $10,4 \text{ m}^2$
- B.  $11,2 \text{ m}^2$
- C.  $11,4 \text{ m}^2$
- D.  $12,4 \text{ m}^2$

3. Η επιφάνεια του ξύλινου κύβου στην εικόνα είναι πλήρως χρωματισμένη. Κατόπιν ο κύβος προιονίζεται σύμφωνα με τις διακεκομμένες γραμμές. Και παίρνουμε τόσους πολλούς διαφορετικούς κύβους, μερικοί από τους οποίους δεν έχουν καμία χρωματισμένη πλευρά ενώ κάποιοι άλλοι έχουν μια ή περισσότερες από τις πλευρές τους χρωματισμένες.



Παρακαλώ να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός ζωγραφισμένων πλευρών	Αριθμός κύβων
0	
1	
2	12
3	

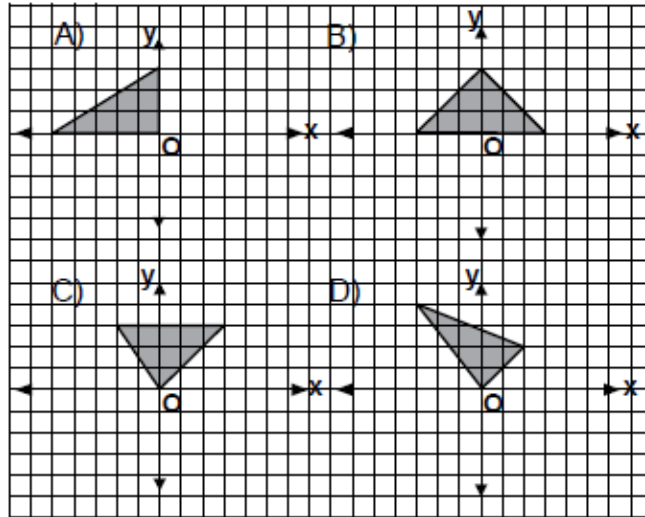
4. Ένα δοχείο 4 κιλών έχει 11 εκατοστά ύψος και μια βάση 6 εκατοστών στη διάμετρο. Ποιός είναι ο όγκος του δοχείου;



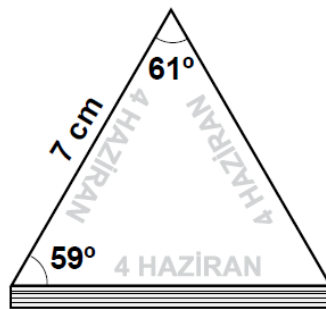
- A Περίπου  $100 \text{ cm}^3$
- B Περίπου  $200 \text{ cm}^3$
- C Περίπου  $300 \text{ cm}^3$
- D Περίπου  $400 \text{ cm}^3$

Προτεινόμενα προγράμματα αξιολόγησης της Τουρκίας<sup>6</sup>

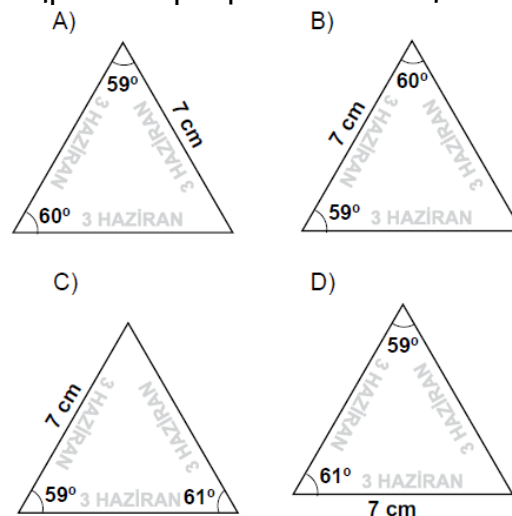
1. Ποιό από τα παρακάτω σχήματα όταν αντανακλάται επί του  $x$  - άξονα και έπειτα περιστρέφεται  $180^\circ$  παραμένει το ίδιο.



2. Η σελίδα του ημερολογίου είναι σε μορφή τριγώνου.



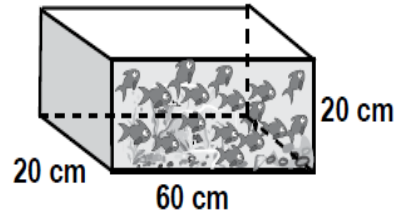
Ποιό από τα παρακάτω σχήματα θα μπορούσαν να ανήκουν στο ίδιο ημερολόγιο;



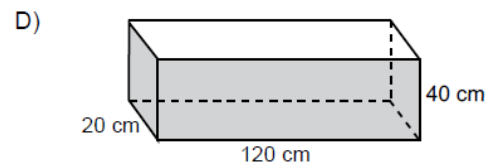
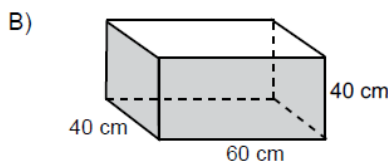
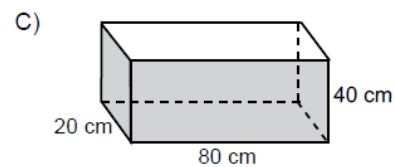
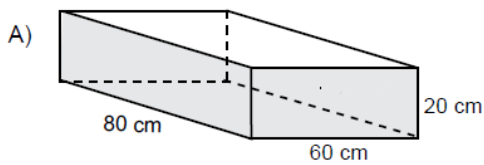
<sup>6</sup> From [http://www.studenti.it/files/pdf/20100618/fascicolo\\_matematica2010.pdf](http://www.studenti.it/files/pdf/20100618/fascicolo_matematica2010.pdf)



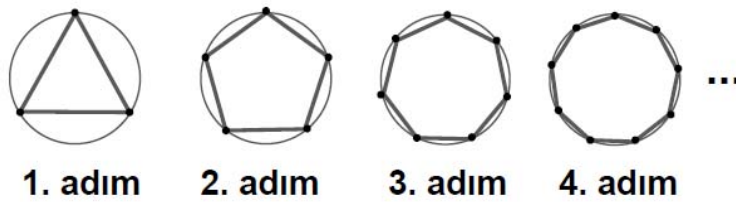
3. Ένας εργαζόμενος άνδρας κατασκεύασε ένα ενυδρείο του οποίου η βάση είναι ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο όπως φαίνεται στην εικόνα. Τώρα, θέλει να κατασκευάσει ένα νέο του οποίου ο όγκος θα είναι 4 φορές το παλιό.



Ποιο από τα παρακάτω δεν μπορεί να αποτελέσει παράδειγμα για το νέο ενυδρείο?



4. Δοθέντος του παρακάτω μοτίβου ποιός θα είναι ο αριθμός των πλευρών του εγγεγραμμένου πολυγώνου στο 19ο βήμα.



A) 24

B) 33

C) 39

D) 42

5. Ένα στατιστολόγος έκανε μια έρευνα σχετικά με "το ποιο χρώμα αυτοκινήτου πωλείται πιο πολύ". Βρήκε ότι το λευκό χρώμα ήταν το πρώτο σε πωλήσεις. Ποιά γνώση θα μπορούσε να οδηγήσει σε αυτό το αποτέλεσμα;

A) Διάμεση B) Μεγαλύτερη Αξία Γ) Η μέση Δ) Εύρο

## Βιβλιογραφία

Martin, M. O., Mullis, I. V. S., & Foy, P. (2008). *TIMSS 2007 international science report: Findings from IEA 's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Martin, M. O., Mullis, I. V. S., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 international science report. Findings from IEA 's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Martin, M. O., Mullis, I. V. S., Gonzalez, E. J., Gregory, K. D., Smith, T. A., Chrostowski, S. J., et al. (2000). *TIMSS 1999 international science report. Findings from IEA 's repeat of the third international mathematics and science study at the eighth grade*. Chestnut Hill: The International Study Center. Lynch School of Education. Boston College.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & Foy, P. (2008). *TIMSS 2007 international mathematics report: Findings from IEA 's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 international mathematics report. Findings from IEA 's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Gregory, K. D., Garden, R. A., O'Connor, K. M., et al. (2000). *TIMSS 1999 international mathematics report. Findings from IEA 's repeat of the third international mathematics and science study at the eighth grade*. Chestnut Hill: International Study Center. Lynch School of Education. Boston College.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2001). *Knowledge and skills for life: First results from PISA 2000*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2003). *Mathematical Literacy*, from <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/38/51/33707192.pdf> .

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2004). *Learning for tomorrow's world - first results from PISA 2003*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2007a). *Pisa 2006 science competencies for tomorrow's world. Volume 1 - analysis*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2007b). *Pisa 2006. Volume 2: Data*. Paris: OECD.

Pelgrum, W. J., & Plomp, T. (2002). Indicators of ICT in mathematics: Status and covariation with achievement measures. In D. F. Robitaille & A. E. Beaton (Eds.), *Secondary analyses of the TIMSS data*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Robitaille, D. F., & Beaton, A. E. (Eds.). (2002). *Secondary analyses of the TIMSS data*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Scott, E. Comparing NAEP, TIMSS and PISA in mathematics and science. Retrieved 22 April, 2009, from [http://nces.ed.gov/timss/pdf/naep\\_timss\\_pisa\\_comp.pdf](http://nces.ed.gov/timss/pdf/naep_timss_pisa_comp.pdf)